

گنجینه یادگیری

ریاضی سال دوم (پایه ۸)

دوره اول متوسطه



مؤلف: مهدی دهقان





سخنی با معلمان گرامی و والدین ارجمند

به‌طور حتم شما که این کتاب را در دست دارید برای پیدا کردن مواد آموزشی مناسب برای دانش‌آموز یا فرزند خود جست‌وجو و پرس‌وجو کرده‌اید. در حال حاضر که تعداد زیادی کتاب کمک درسی در بازار وجود دارد به راسی برای کسی که دانش و اطلاع لازم را نداشته باشد، تشخیص این کار سخت و دشوار است.

به همین دلیل در این صفحه قصد داریم شما را با نوع و هدف این کتاب آشنا کنیم تا بهتر بتوانید از آن استفاده کنید. همان‌طور که می‌دانید، در یک کلاس به‌طور طبیعی دانش‌آموزان از نظر توانایی، مهارت و دانش به سطوح مختلف تقسیم می‌شوند. در نظام آموزشی فعلی هنوز معمول نشده است که یک معلم برای سطوح مختلف دانش‌آموزان خود تکالیف و تمرین‌های جداگانه تعیین کند. از طرفی پدرها و مادرها و معلم‌ها می‌خواهند از ارتقا و پیشرفت تحصیلی فرزند یا دانش‌آموز خود مطلع شوند و یقین کنند که اصول و مفاهیم اساسی هر درس را یاد گرفته است. سپس به دنبال تعمیق و تثبیت این سطح برآمده و برای دست و پنجه نرم کردن فراگیر با فعالیت‌های یادگیری جدید و ترکیبی فرصت فراهم کنند. در پایان تمایل دارند برای افراد با توانایی بالاتر زمینه‌ی توسعه و غنی‌سازی را ایجاد کنند.

در یک نظام آموزشی با کیفیت برای سطح اول، کتاب‌های تمرین به منظور ترمیم و جبران کاستی‌های احتمالی پیش‌بینی می‌شود. در موقعیت دوم از کتاب‌های کار که شامل فعالیت‌های متنوعی هستند استفاده و برای مرحله‌ی بالاتر نیز کتاب‌های غنی‌سازی یا دانش‌افزایی طراحی می‌شود.

مجموعه‌ی گنجینه‌ی یادگیری با هدف پوشش دادن به یادگیری دانش‌آموزان در سه سطح فوق طراحی شده است. مهم‌ترین نکاتی که این مجموعه را از دیگر کتاب‌های آموزشی متمایز می‌کند، عبارت است از:

- سه سطح یادگیری فوق‌الذکر به وسیله‌ی نمادهایی که نشانه‌ی رشد و پیشرفت محسوس هستند به‌طور روشن از یک‌دیگر متمایز شده‌اند.
 - سعی شده است در همه‌ی موارد، فراهم کردن یک فضای یادگیری لذت‌بخش برای یادگیرنده در اولویت قرار گیرد.
 - تدریجی بودن سطح تمرین‌ها و فعالیت‌ها و مواد آموختنی، در دانش‌آموز احساس موفقیت و اعتماد به نفس به‌وجود می‌آورد و این خود بزرگ‌ترین تشویق برای ادامه‌ی یادگیری به شمار می‌آید.
- امید است این مجموعه به عنوان یار و همراه هر دانش‌آموز در طول دوره‌ی اول متوسطه مفید واقع شود و به سهم خود از دغدغه‌ی همیشگی مربیان ارجمند و اولیا گرامی در جهت ارتقاء سطح یادگیری دانش‌آموزان بکاهد.

خسرو داودی



چگونه از این کتاب استفاده کنیم؟

- محتوای آموزشی این کتاب در راستای کتاب‌های درسی تنظیم شده است، لذا از ابتدای سال همراه با پیشرفت درس‌ها، تمرینات و فعالیت‌های این کتاب به وسیله‌ی دانش‌آموزان قابل انجام است.
- سطح اول با عنوان «یاد بگیر» با نماد  مشخص شده است.
- سطح دوم با عنوان «بهتر یاد بگیر» با نماد  مشخص شده است.
- سطح سوم با عنوان «بیشتر یاد بگیر» با نماد  مشخص شده است.
- هرگز اصرار نداشته باشید که دانش‌آموز در زمان واحد به هر سه سطح پردازد، بلکه به‌طور تدریجی، فضا را برای پیشرفت او فراهم کنید.
- مهم‌ترین عامل ادامه‌ی کار، احساس موفقیتی است که از انجام مراحل قبلی به یاد گیرنده دست می‌دهد. لذا ضرورتی برای به کارگیری تشویق‌های مادی برای ارتقا سطح یادگیری وجود ندارد.
- چنانچه فرزند شما از توان یادگیری بالاتری برخوردار است، گاهی می‌تواند از سطح اول پرش کرده و مستقیماً به سطح‌های دوم و سوم برود. هم‌چنین اگر احساس می‌کنید مطالب سطح دوم و سوم گاهی برای او سنگین است، برای رفتن به این سطوح اصرار نورزید و با تأمل بیشتر در فرصتی دیگر به این سطوح بازگردید.
- محتوای سطح سوم الزاماً در کتاب درسی وجود ندارد، اما قطعاً مرتبط با مفاهیم آن موضوع است. این تمرین‌ها برای کسانی طرح شده است که می‌خواهند فراتر از سطح کتاب درسی به توسعه و غنی‌سازی پردازند. به همین دلیل اصرار نداریم که همه‌ی دانش‌آموزان سؤال‌های این بخش را پاسخ دهند.



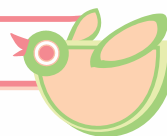
فهرست

- فصل ۱: عددهای صحیح و گویا ۷
- فصل ۲: حساب عددهای طبیعی ۲۳
- فصل ۳: چندضلعی ها ۳۱
- فصل ۴: جبر و معادله ۴۴
- فصل ۵: بردار و مختصات ۵۷
- فصل ۶: مثلث ۶۹
- فصل ۷: توان و جذر ۸۳
- فصل ۸: آمار و احتمال ۹۴



عددهای صحیح و گویا

یاد بگیر



۱- با رعایت ترتیب انجام عملیات، حاصل هر کدام را به دست آورید:

(الف) $7 + 3 \times 2 =$

(ب) $8 - 6 \div 2 - 4 =$

(ج) $3 - 2 \times (4 - 5) =$

۲- با توجه به الگوی ۷، ۱۴، ۲۱، ...، ۱۱۲ به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

(الف) عدد ۱۱۲ چندمین مضرب ۷ است؟

(ب) تعداد عددها در الگوی فوق چند است؟

(ج) در عبارت $7 + 14 + 21 + \dots + 105 + 112$ چند جفت عدد با مجموع ۱۱۹ می‌توان یافت؟

$$\begin{array}{c} \underbrace{7 + 14 + 21 + \dots + 105 + 112}_{119} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{119} \end{array}$$

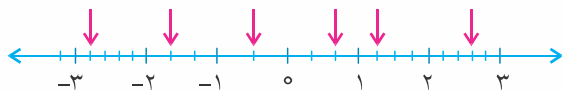
حاصل عبارت فوق را به دست آورید.

۳- حاصل هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) $-27 + 39 + 14 - 20 + 13 - 19 =$

(ب) $(32 - 23)(31 - 23)(30 - 23) \dots (3 - 23)(1 - 23) =$

۴- هر یک از نقطه‌های مشخص شده روی محور نمایش دهنده‌ی چه عددی است؟



۵- مقایسه کنید.

الف) $3\frac{1}{4} \bigcirc \frac{11}{4}$

ب) $-2\frac{1}{3} \bigcirc -\frac{7}{3}$

۶- در هر مورد x را به دست آورید.

الف) $\frac{3}{7} = \frac{x}{21}$

ب) $\frac{5}{6} = \frac{x-2}{18}$

۷- ابتدا دو عدد ۳۶۴ و ۶۹۳ را تجزیه کرده و به کمک آن کسر $\frac{364}{693}$ را ساده کنید.

۸- علامت هر عبارت را تعیین کنید.

الف) $\frac{-3 \times (4)}{-5 \times (-7)}$

ب) $\frac{-3+4}{5-7}$

پ) $-(-(-\frac{4}{9}))$

۹- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$-3\frac{2}{3}$, -15×0 , $2\frac{1}{3}$, $\sqrt{16+9}$, $-\frac{\sqrt{49}}{-\sqrt{25}}$, $3^2 - 2^3$

۱۰- حاصل هر کدام را تعیین کنید.

الف) $\frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{5}}{\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}}$

ب) $-3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3}$

ج) $-2\frac{3}{4} \times (-5\frac{1}{2})$

د) $1\frac{1}{8} \div 2\frac{3}{5}$

ه) $2\frac{1}{5} + 3\frac{1}{4}$

و) $4\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4}$

۱۱- فاطمه دو نوع کیک با اندازه‌های یکسان دارد. ابتدا $\frac{2}{3}$ کیک اول را می‌خورد. او چه مقدار از کیک دوم را هم بخورد تا

مجموعاً $1\frac{1}{5}$ کیک‌ها را خورده باشد؟

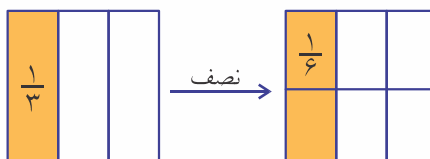


۱۲- عددهای ۲، ۵، ۶ و ۸ را به طور مناسب در جاهای خالی تساوی $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{23}{24}$ قرار دهید. (از چه راهبردی در حل

این مسئله کمک می‌گیرید؟)

۱۳- با استفاده از شکل، حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

نصف $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$: نمونه



(الف) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \square$

(ب) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \square$

۱۴- بین ۴ عدد $\frac{3}{8}$ ، $\frac{5}{11}$ ، $\frac{4}{7}$ و $\frac{7}{3}$ اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها چقدر است؟

۱۵- اگر به صورت و مخرج کسری دو عدد مساوی اضافه کنیم مقدار کسر چه تغییری می‌کند؟ (سعی کنید با چند مثال درستی پاسخ خود را نشان دهید.)

۱۶- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید:

$$1\frac{3}{4} = \frac{\bigcirc}{32} = \frac{70}{\square}$$

۱۷- حرکت‌های زیر را روی محور رسم کرده و مختصات نقطه خواسته شده را تعیین کنید.

نقطه ابتدا = ؟

(الف) حرکت ۷- انتها در $-4\frac{1}{3}$

نقطه انتها = ؟

(ب) حرکت $2\frac{1}{5}$ - ابتدا در $+\frac{7}{5}$

نقطه انتها = ؟

(ج) حرکت $5\frac{1}{7}$ + ابتدا در $-1\frac{1}{4}$

نقطه ابتدا = ؟

(د) حرکت $2\frac{3}{4}$ - انتها در $3\frac{1}{3}$



۱- قرینه و معکوس عددهای داده شده را در جدول زیر بنویسید.

عدد	۵	-۹	۱	-۱	۰	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{7}$	$1\frac{1}{3}$	$0\frac{6}{6}$
قرینه	-۵								
معکوس	$\frac{1}{5}$								

۲- عددهای $\frac{1}{10}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$ را در عبارت $-\frac{1}{6} \bigcirc$ به جای $\bigcirc$ قرار می‌دهیم.

(الف) آیا عدد صحیحی به دست می‌آید؟

(ب) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد به دست آمده را تعیین کنید.

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $1+2-3-4+5+6-7-8+\dots-199-200$

(ب) $3+10+17+\dots+101$

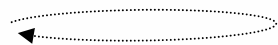
(ج) $1+2+3+\dots+99$

(د) $-4+8-12+16-\dots-92+96$

فصل اول: عددهای صحیح و گویا

۴- اگر بخواهیم حاصل $۱+۲+۳+...+۹۹+۱۰۰$ را به دست آوریم می‌توانیم از روش زیر کمک بگیریم:

$$۱ + ۲ + ۳ + ... + ۵۰$$



$$۱۰۰+۹۹+۹۸+...+۵۱$$

$$۱۰۱+۱۰۱+۱۰۱+...+۱۰۱=۵۰ \times ۱۰۱=۵۰۵۰$$

حال اگر بخواهیم $۱+۲+۳+...+۹۹$ را محاسبه کنیم چه روشی پیشنهاد می‌کنید؟

به روش‌های به دست آوردن حاصل عبارت‌های زیر نیز فکر کنید!

(الف) $۳+۱۰+۱۷+...+۱۰۱$

(ب) $-۴+۹-۱۲+۱۶-...-۹۲+۹۶$

(ج) $۱+۲-۳-۴+۵+۶-۷-۸+...-۱۹۹-۲۰۰$

۵- عبارت‌های مناسب را به هم وصل کنید.

کوچک‌ترین عدد صحیح منفی
تعداد اعداد اعشاری بین دو عدد
بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی
بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از $۱/۵$

بی‌شمار
-۱
غیرمعیّن
۱

۶- نشان دهید تساوی‌های زیر همگی صحیح هستند؟

(الف) $\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3 \times 4}$

(ب) $\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4 \times 5}$

(ج) $\frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{5 \times 6}$

با استفاده از الگوی به دست آمده، یک جمع برای $\frac{1}{n}$ بنویسید:

$$\frac{1}{n} = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$



۷- با استفاده از رابطه‌ی $F = \left(\frac{9}{5}\right) \cdot C + 32$ دما برحسب درجه‌ی سانتی‌گراد (C) و درجه‌ی

فارنهایت (F) قابل تبدیل به هم است:

الف) اگر دمای هوای اهواز ۵۵ درجه‌ی سانتی‌گراد باشد، دمای این شهر را برحسب فارنهایت بیابید.

ب) اگر دمای هوای تبریز ۱۴ درجه فارنهایت باشد، دمای این شهر چند درجه سانتی‌گراد می‌باشد؟

۸- دو گروه عدد به صورت مقابل داریم:

گروه یک: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{100}$

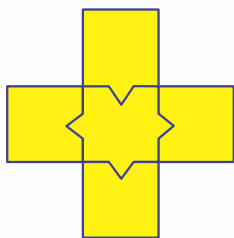
گروه دو: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{99}{100}$

مجموع عضوهای این دو گروه روی هم چقدر می‌شود؟

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}\right) = ?$$

۹- در خانه‌های جدول مقابل عددهای طبیعی نوشته می‌شوند. این عددها را نداریم ولی کنار هر سطر و زیر هر ستون مجموع عددهای آن سطر یا ستون نوشته شده است. به جای * چه عددی می‌توان قرار داد؟ (هرچند حدس و آزمایش یک راهبرد در حل مسائل است سعی کنید راهبردهای دیگری را نیز جهت حل این سؤال به کار ببرید.)

			→ ۲۳
			→ ۱۹
			→ ۱۷
↓	↓	↓	
*	۱۳	-۳۱	



۱۰- در جدول روبه‌رو علامت‌های مقایسه (کوچکتر یا بزرگ‌تر) روی ضلع‌های مشترک خانه‌های مجاور قرار داده شده است. با توجه به این علامت‌ها عددهای

$$-\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, -\frac{6}{7} \text{ را در جدول قرار دهید.}$$

۱۱- در شکل زیر از خانه سوم به بعد، هر عدد نوشته شده برابر مجموع دو عدد قبلی است. اگر عددهای داخل خانه‌های هاشور خورده مساوی باشد، خانه‌ها را کامل کنید:



۱۲- شما هم راهبرد زیر مسئله را امتحان کنید:



$$\left(\frac{1}{4} - \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}{\frac{1}{9}}\right) \div \left(\frac{2}{3} + \frac{\frac{7}{5}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{6}}\right) = ?$$

۱۳- نتایج تعدادی از تیم‌های فوتبال لیگ‌های کشورهای مختلف در جدول زیر آمده است. با توجه به آن به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

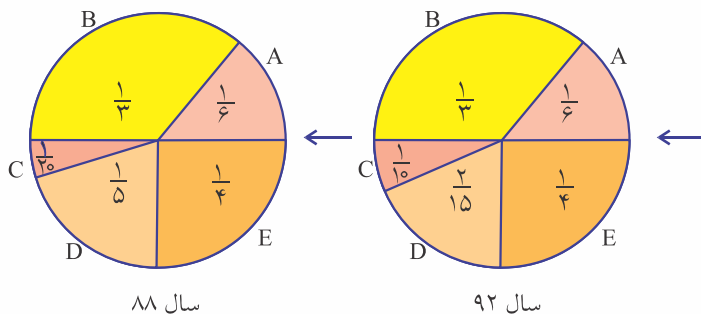
(الف) کدام تیم‌ها کم‌تر از $\frac{1}{3}$ بازی‌ها را برده‌اند؟

(ب) کدام تیم‌ها بیش از ۲۵٪ بازی‌ها را برده‌اند؟

نام اختصاری	تعداد بازی	تعداد برد
A	۲۲	۱۰
B	۱۹	۱۰
C	۲۸	۹
D	۲۳	۸
E	۲۷	۷
F	۲۵	۶
G	۲۱	۵

۱۴- یک کارخانه خودروسازی ۵ نوع اتومبیل A ، B ، C ، D و E تولید می‌کند.

نسبت تولید هر نوع اتومبیل به کل اتومبیل‌های تولیدی این شرکت در سال‌های ۸۸ و ۹۲ در شکل‌های زیر نوشته شده است:



(الف) در سال ۸۸ کسر مربوط به تولید اتومبیل نوع D چه قدر از کسر مربوط به نوع A بیش‌تر است؟

(ب) اگر این شرکت ۱۲۰ هزار اتومبیل در سال ۹۲ تولید کرده باشد، در این سال تعداد اتومبیل‌های نوع D چقدر کم‌تر از نوع B است؟

(ج) تعداد اتومبیل‌های تولیدی نوع C در سال ۸۸ بیش‌تر است یا ۹۲؟ چرا؟ (آیا به پاسخ خود مطمئن هستید؟!)

(د) کسر مربوط به تولید اتومبیل نوع E در هر دو سال مساوی است. کدام گزینه زیر صحیح است؟

☐ نسبت تولید اتومبیل E به تولید کل اتومبیل‌ها در هر دو سال مساوی است.

☐ تعداد اتومبیل تولید شده از نوع E در هر دو سال مساوی است.

۱۵- توضیح دهید که شکل‌های زیر کدام یک از دو کسر را نشان می‌دهد؟ چرا؟

$$\frac{11}{4} \text{ یا } \frac{11}{12} ?$$

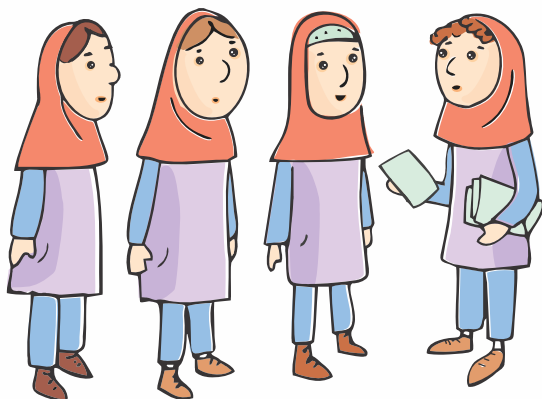


۱۶- سَمیه و آزاده در مورد مقایسه‌ی دو کسر توان دار با هم اختلاف نظر دارند:

سمیه: هر چه قدر توان کسری بزرگ‌تر باشد حاصل آن، عدد بزرگ‌تری است. برای مثال: $\left(\frac{4}{3}\right)^8 > \left(\frac{4}{3}\right)^7$	آزاده: اگر نظر سَمیه درست باشد، پس چرا $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ کوچک‌تر از $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ است؟ $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$
--	--

نظر شما چیست؟ چه قانونی در مورد کسرهای توان دار وجود دارد؟

۱۷- هنگام نوشتن خلاصه‌ی درس؛ محدثه، مریم و زینب برگه‌ای همراه نداشتند. فاطمه نصف برگه‌هایش را به محدثه داد. محدثه ثلث آن‌ها را به مریم داد و مریم ربع برگه‌هایی را که از محدثه گرفت به زینب داد. اگر زینب ۴ برگ داشته باشد، فاطمه در ابتدا چند برگه داشته است؟

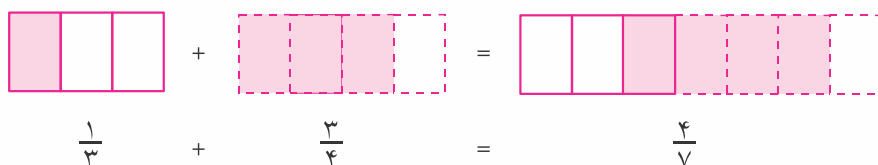


۱۸- مقدار عددی عبارت $\frac{3}{4} \times 2^x$ را وقتی x برابر ۰ یا ۵ باشد، به دست آورید. سپس بزرگ‌ترین عدد صحیحی را بیابید که اگر به جای x قرار دهیم، مقدار عددی عبارت فوق کوچک‌تر از ۴۲۰۰ شود.

۱۹- اگر عددهای مربوط به نقاط C و D را در یک‌دیگر ضرب کنیم، عدد مربوط به کدام نقطه به دست می‌آید؟ چرا؟



۲۰- پاهره با استفاده از شکل زیر ثابت کرد که تساوی $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{4}{7}$ صحیح است! خطای استدلال او چیست؟



۲۱- الگوی عددی زیر را کامل کنید:

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \times 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \times 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \text{---}$$

$$\left(3\frac{1}{2}\right)^2 = \text{---} \times \text{---} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \text{---}$$

- با استفاده از الگوی به دست آمده حاصل $\left(4\frac{1}{2}\right)^2$ را به دست آورید.

- حاصل $\left(n + \frac{1}{2}\right)^2$ را بر حسب n بنویسید.

۲۲- مادر ۴ برادر مقداری آش درست کرد ولی هنگام خواب یادش رفت ظرف آن را در یخچال قرار دهد. پسرهای او که

عادت دارند شب‌ها بیدار باشند، یکی یکی سراغ ظرف آش آمدند. مهدی $\frac{1}{8}$ آن را خورد. بعد از او، رضا $\frac{1}{6}$ آش

باقی‌مانده را خورد. پس از او محمد $\frac{1}{4}$ باقی‌مانده آش‌ها و در آخر $\frac{1}{4}$ باقی‌مانده‌ی را محمود خورد.

(الف) کدام یک آش بیش‌تری خورده است؟

(ب) چه کسری از آش باقی مانده است؟



فصل اول: عددهای صحیح و گویا

۲۳- قد حامد حدادی ۵۰٪ بلندتر از قد خسرو حیدری است. قد خسرو حیدری چند درصد کوتاه‌تر از حامد حدادی است؟ (از راهبرد رسم شکل کمک بگیرید.)



۲۴- در کلاس درس بچه‌ها در مورد محاسبه‌ی $\frac{1}{\frac{1}{3}}$ دچار مشکل شده بودند.

معلم پرسید: «کی می‌دونه معکوس ۳ چنده؟»

همه با هم جواب دادند: « $\frac{1}{3}$ »

معلم سری تکان داد و گفت: «حال بگید معکوس عدد a چی می‌شه؟»

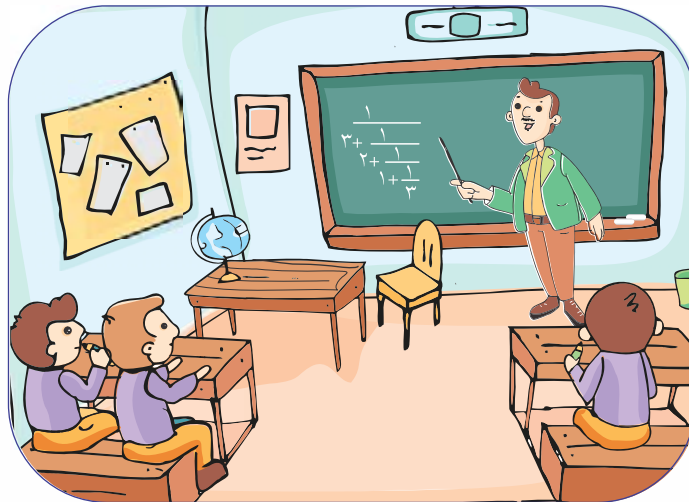
چند نفر جواب دادند: « $\frac{1}{a}$ ».

معلم گفت: «آفرین! پس برای نشان دادن معکوس هر عدد یک را بر آن عدد تقسیم می‌کنیم. حالا مجتبی بگو معکوس عدد $\frac{1}{3}$ را در ریاضی چه جوری نشان می‌دهند؟»

مجتبی با کمی مکث جواب داد: «آقا یک تقسیم بر $\frac{1}{3}$ ».

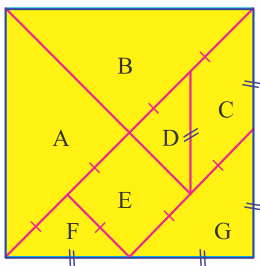
معلم گفت: «آفرین معکوس $\frac{1}{3}$ را به صورت $\frac{1}{\frac{1}{3}}$ نشان می‌دهند که البته جواب آن ۳ می‌شود.» بعد معلم جدول زیر را روی تخته کشید و گفت: «حالا اگر درس را خوب فهمیدید، این جدول را در دفتر بکشید و کامل کنید:»

	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$
شکل معکوس	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	
حاصل	۲	۳	

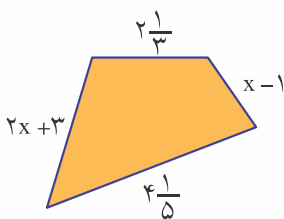


همچنین با توجه به این بحث، چگونه می‌شود با راهبرد زیرمسئله و یا مستقیماً حاصل کسر مرکب زیر را به دست آورد؟

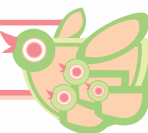
$$\frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$$



۲۵- هر یک از قطعات شکل روبه‌رو، چه کسری از مساحت مربع اصلی است؟
اگر مساحت شکل اصلی ۱۲ واحد مربع باشد مساحت هر قطعه را به دست آورید.



۲۶- اگر محیط این چهارضلعی $10\frac{5}{6}$ باشد، مقدار x را به دست آورید.



۱- مربع جادویی، مربعی است $n \times n$ که مجموع عددهای هر سطر، هر ستون و قطرهای آن با هم مساوی باشد. می‌خواهیم به کمک هم یک مربع جادویی 3×3 بسازیم:

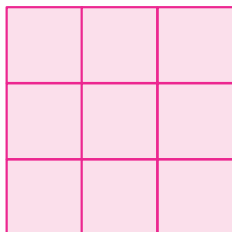
(الف) نه حالت مشخص کنید که مجموع سه عدد صحیح از ۵ تا ۳- برابر ۳ شود، مانند: $(۰) + (۱) + (۲) = ۳$

(ب) با توجه به تساوی‌های نوشته شده جدول زیر را کامل نمایید.

عدد	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد تساوی‌هایی که این عددها در آن به کار رفته است.									

(ج) توضیح دهید چرا در مرکز مربع جادویی 3×3 باید عددی قرار بگیرد که در جدول فوق بیش‌ترین تکرار را دارد؟

(د) چرا در یکی از گوشه‌ها باید عدد ۴ را قرار داد؟ چه عددهای دیگری در سایر گوشه‌ها قرار می‌گیرد؟



(ه) جدول را کامل کنید.

۲- با استفاده از سوال ۵ قسمت «بهتر یاد بگیر» جاهای خالی زیر را پر کنید:

(الف) $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$

(ب) $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

(ج) $\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3 \times 4} \rightarrow \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

(د) $\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4 \times 5} \rightarrow \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

⋮

(ه) $\frac{1}{19 \times 20} = \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$

حال به کمک قسمت قبل، حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} = ?$$

آیا می‌توانید به روش فوق حاصل عبارت زیر را نیز محاسبه کنید؟

$$\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{19 \times 21} = ?$$

اگر در صورت کسره‌های فوق به جای ۲، عدد ۱ باشد، چگونه می‌توان حاصل را به دست آورد؟ اگر صورت‌ها همگی ۳ باشد چطور؟

۳- به کمک مسئله قبل حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+20}$$

۴- فرض کنید $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{60}}$:

(الف) اگر $2S$ از ضرب همه‌ی کسره‌های فوق در عدد ۲ به دست آید، $2S$ را نوشته و ساده کنید.

(ب) با استفاده از $2S - S = S$ ثابت کنید: $S = 1 - \frac{1}{2^{60}}$

(ج) با استفاده از روش فوق حاصل $T = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{40}}$ را به دست آورید.

۵- با استفاده از راهبرد حل مسئله ساده‌تر و الگویابی، حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 + \frac{1}{100}\right) = ?$$

۶- هر یک از عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

(الف) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5}$

(ب) $a + \frac{7}{8}a - \frac{3a}{4}$