

فرادرس

فراتر از یک کلاس درس
www.faradars.org

آموزش مدارهای الکتریکی ۱

فصل اول: مفاهیم پایه

مدرس:

مهندس امید زندی
مهندسی برق گرایش کنترل
دانشگاه علم و صنعت ایران

سرفصل‌ها

مفاهیم پایه

قوانین پایه

روش‌های تحلیل مدارات الکتریکی

قضایای مدار

تقویت کننده‌های عملیاتی

سرفصل‌ها

خازن‌ها و القاگرها

مدارات الکتریکی مرتبه اول

مدارات الکتریکی مرتبه دوم

مبانی سیستم‌های LTI

سینوسی‌ها و فازورها

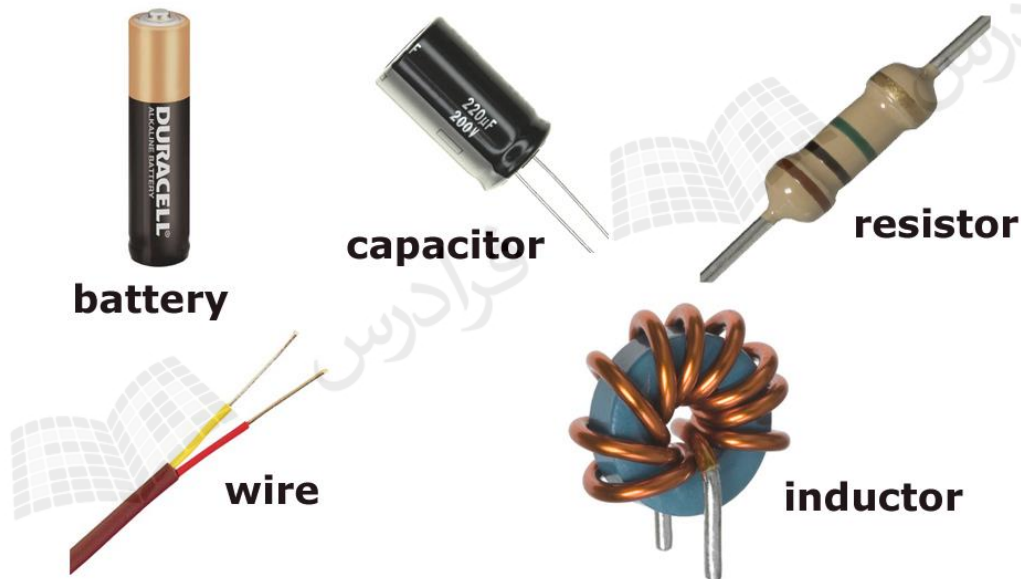
سرفصل‌ها

آنالیز حالت دائمی سینوسی

آنالیز توان AC

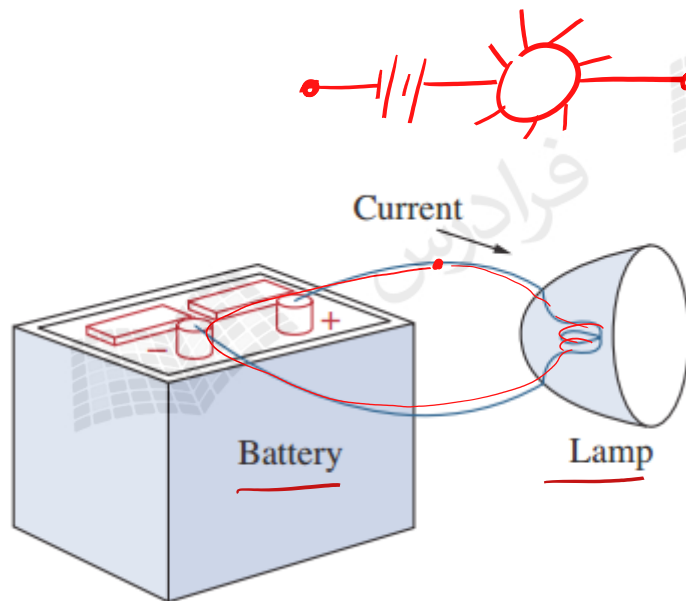
مدارهای مغناطیسی کوپل شده

مفاهیم پایه



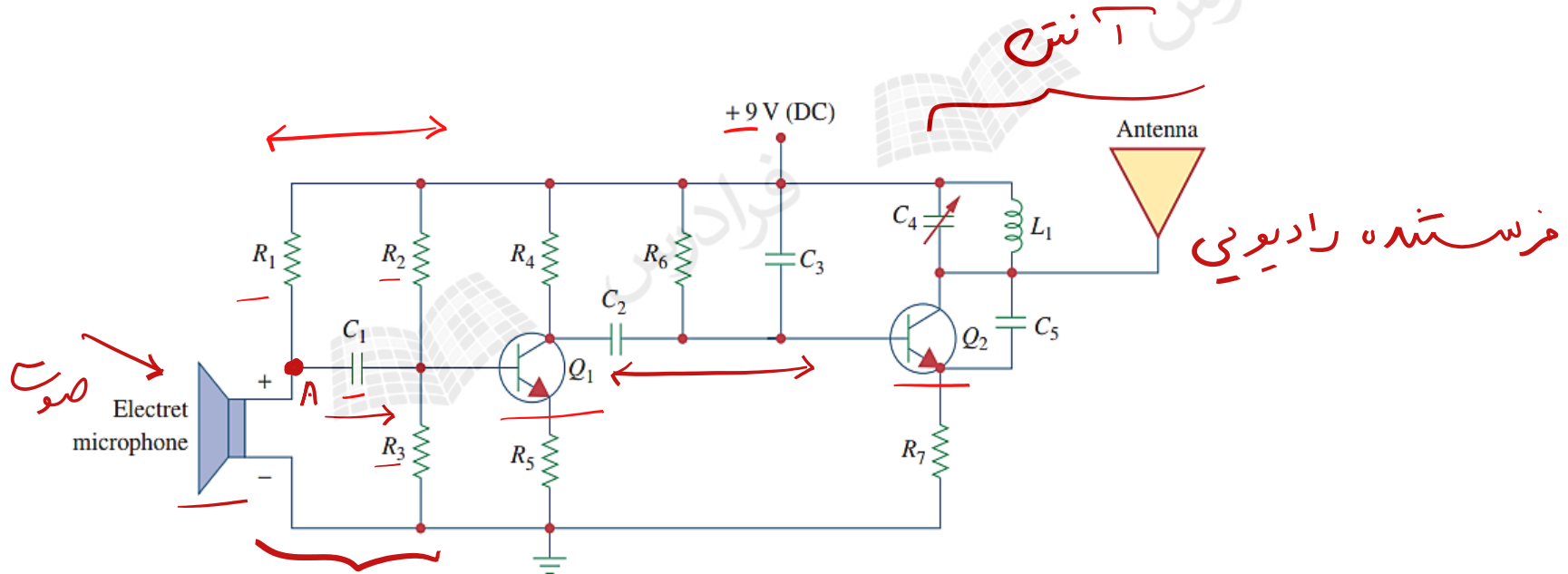
تعریف مدار الکتریکی

- مدار الکتریکی یک مسیر حلقه بسته است که از اتصال چند قطعه الکتریکی ایجاد می شود.



تعریف مدار الکتریکی

- مدار الکتریکی یک مسیر حلقه بسته است که از اتصال چند قطعه الکتریکی ایجاد می‌شود.



واحدهای اندازه گیری

- اندازه گیری های مهندسی بر اساس واحدهای مشخصی انجام می شوند تا مقدار اندازه گیری شده برای همه مهندسان قابل فهم باشد.

(S I)

Quantity	Basic unit	Symbol
Length	meter	m
Mass	kilogram	kg
→ Time	second	s
→ Electric current	ampere	A
→ Thermodynamic temperature	kelvin	K
→ Luminous intensity	candela	cd
→ Charge	coulomb	C

The SI prefixes.

Multiplier	Prefix	Symbol
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10	deka	da
10^{-1}	→ deci	d
10^{-2}	→ centi	c
<u>10^{-3}</u>	→ milli	<u>m</u>
<u>10^{-6}</u>	→ micro	<u>μ</u>
10^{-9}	→ nano	n
10^{-12}	→ pico	p
10^{-15}	→ femto	f
10^{-18}	→ atto	a

• از مزایای مهم واحدهای SI استفاده از پیشوندها است.

$$\text{طول جسم} = L = 200\,000\,m = 200\,km \\ = 0.2\,mm$$

$$L_2 = 0.002\,m = 2 \times 10^{-3}\,m$$

$$L_2 = 2\,mm$$

$$L_3 = 0.00014\,m = 14 \times 10^{-5}\,m$$

$$= 0.14 \times 10^{-3}\,m = 0.14\,mm \\ L_3 = 140 \times 10^{-6}\,m = 140 \times 10^{-6}\,m \\ L_3 = 140\,\mu m$$

The SI prefixes.

Multiplier	Prefix	Symbol
10^{18}	→ exa	E
10^{15}	→ peta	P
10^{12}	→ tera	T
10^9	→ giga	G
10^6	→ mega	M
10^3	→ <u>kilo</u>	k
10^2	→ <u>hecto</u>	h
10	→ deka	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	→ <u>centi</u>	c
10^{-3}	<u>milli</u>	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

• از مزایای مهم واحدهای SI استفاده از پیشوندها است.

$$I = 0.02 \text{ A} = 2 \times 10^{-2} \text{ A}$$

$$I = 2 \text{ cA}$$

$$I = 20 \times 10^{-3} \text{ A} = 20 \text{ mA}$$

$$v = 2200 \text{ m/s} = 22 \times 10^2 \text{ m/s}$$

$$v = 22 \text{ km/s}$$

$$v = 2.2 \times 10^3 \text{ m/s} = 2.2 \text{ km/s}$$

بار الکتریکی

- جز خواص الکتریکی ذرات اتمى سازنده ماده است.
- باعث برهمکنش مواد بر هم می شوند.
- دارای دو نوع مثبت و منفی است.

مثال‌هایی از اثرات بار الکتریکی



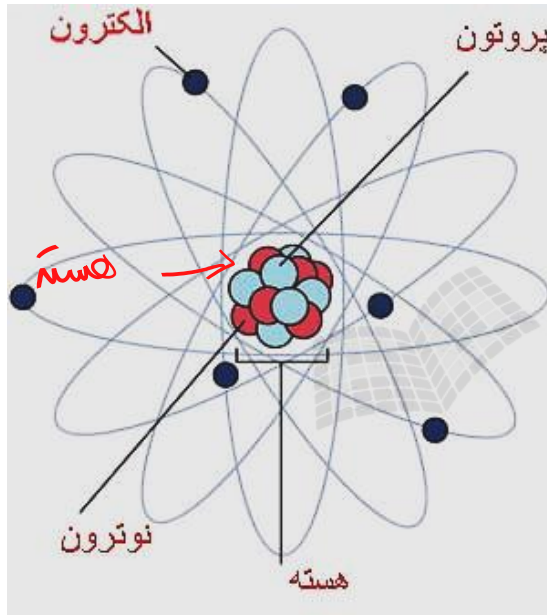
(۱)



(۲)

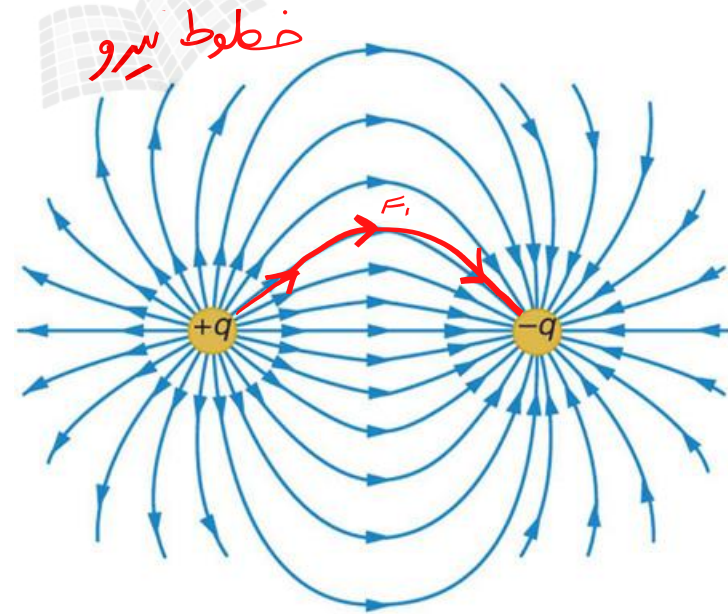
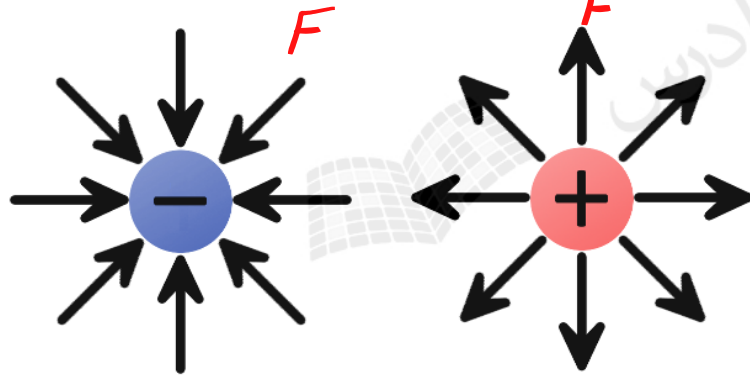
بار الکتریکی

- همه مواد از اتم‌ها ساخته شده‌اند.
 - اتم‌ها دارای بخش‌های الکترون، پروتون و نوترون است.
 - در حالت عادی تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها برابر است.
- در حالت عادی مواد خنثی باقی‌مانده
→



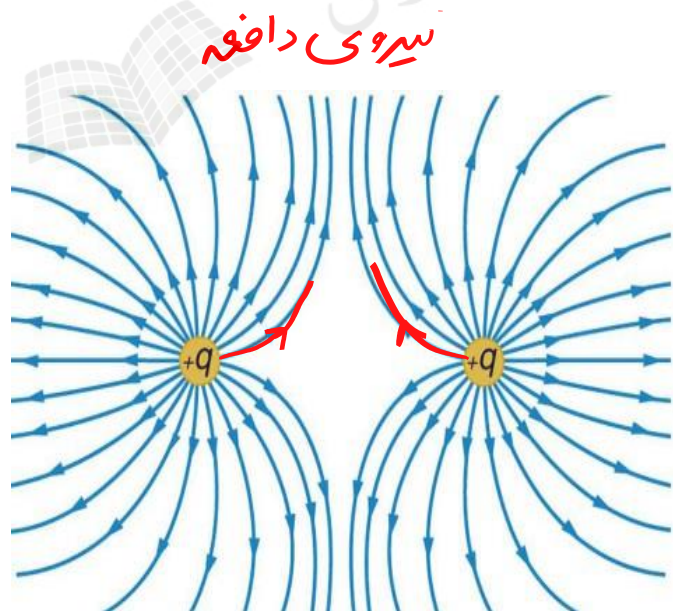
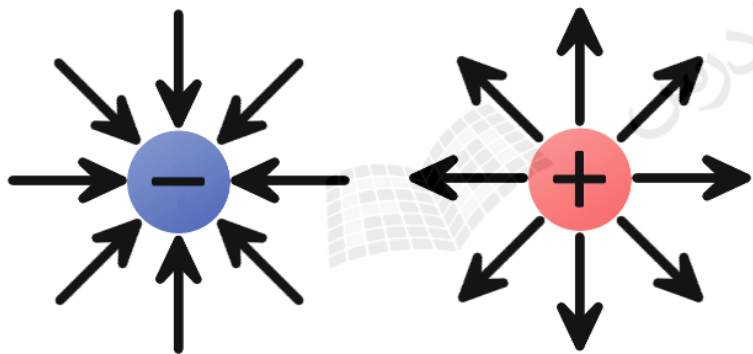
بار الکتریکی

- خطوط نیروی بارهای منفی به داخل بار و خطوط نیروی بارهای مثبت به بیرون بار است.



بار الکتریکی

- خطوط نیروی بارهای منفی به داخل بار و خطوط نیروی بارهای مثبت به بیرون بار است.



بار الکتریکی

- واحد اندازه‌گیری بار الکتریکی کولوب یا Coulomb است.
- کوچکترین بار الکتریکی قابل اندازه‌گیری بار الکترون‌ها است.

$$q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

بار الکتریکی

- واحد کولوب واحد خیلی بزرگی است.
- بارهای الکتریکی موجود در طبیعت مضربی از بارپایه الکترون هستند.
- طبق قانون پایستگی، بار الکتریکی نه بوجود می آید و نه از بین می رود بلکه فقط امکان

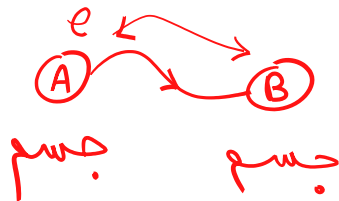
انتقال دارد.

$$1C = \left(\frac{1}{1,602 \times 10^{-19}} \right) \text{ الکترون}$$

$$= 6,24 \times 10^{18} \text{ الکترون}$$

$$Q = 2 \times 10^{-18} C \rightarrow N = \frac{2 \times 10^{-18}}{1,602 \times 10^{-19}} = \frac{2}{1,602} = 1,248 \text{ الکترون} \quad \times$$

جریان الکتریکی



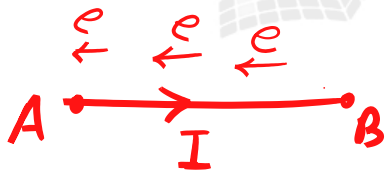
• حرکت بارهای الکتریکی منجر به ایجاد جریان الکتریکی می شود.

• جریان الکتریکی بصورت نرخ تغییرات بار الکتریکی در واحد زمان تعریف می شود.

• واحد اندازه گیری جریان، آمپر یا Ampere است.

$$i \triangleq \frac{dq}{dt}$$

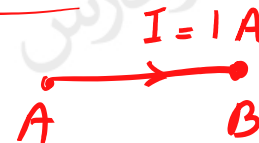
• طبق قرارداد جهت جریان همان جهت حرکت بارهای مثبت است.



جریان الکتریکی

- واحد دیگر جریان کولومب بر ثانیه است.

$$1 \text{ ampere} = 1 \text{ coulomb/second}$$

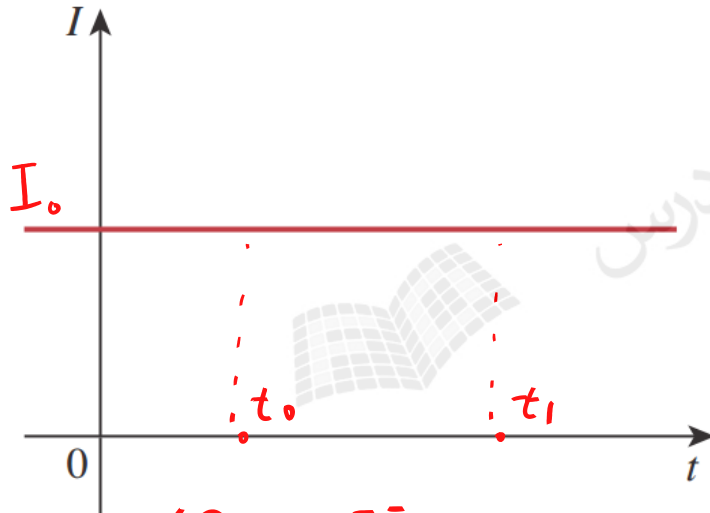


- بار الکتریکی عبوری از در یک بازه زمانی مشخص بصورت زیر تعریف می شود:

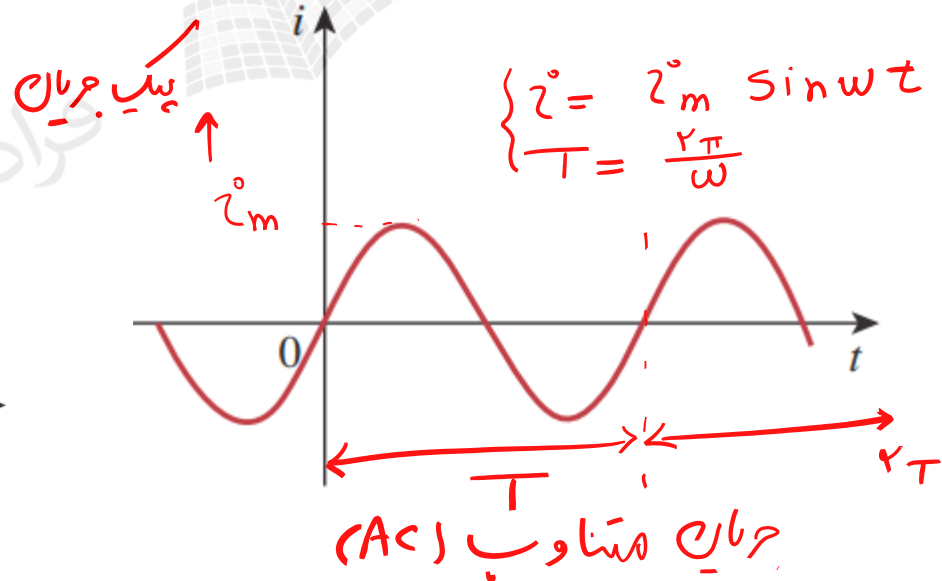
$$Q \triangleq \int_{t_0}^t i \, dt \quad \leftarrow \quad \dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$$

جریان الکتریکی

- جریان الکتریکی دارای دو نوع جریان مستقیم (DC) و جریان متناوب (AC) است.



جریان مستقیم (DC)



جریان متناوب (AC)

مثال

بار الکتریکی زیر از یک جسم هادی عبور می کند، جریان الکتریکی را در زمان های داده شده بدست آورید.

$$\rightarrow \underline{q} = (5t \sin 4\pi t) \underline{\text{mC}}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (5t \sin 4\pi t) \text{ mA}$$

$$t = \underline{1s}, \underline{2s}, \underline{10s}, \underline{100s}$$

$$i' = \omega \{ \sin 4\pi t + 4\pi t \cos 4\pi t \}$$

$$\begin{cases} t = 1s \rightarrow i'(t=1s) = \partial (\sin 4\pi + 4\pi \times 1 \times \cos 4\pi) = 40\pi \text{ mA} \\ t = 2s \rightarrow i'(t=2s) = \partial (\sin 8\pi + 8\pi \cos 8\pi) = 80\pi \text{ mA} \\ t = 10s \rightarrow i'(t=10s) = \partial (\sin 40\pi + 40\pi \cos 40\pi) = 400\pi \text{ mA} \\ t = 100s \rightarrow i'(t=100s) = \partial (\sin 400\pi + 400\pi \cos 400\pi) = 4000\pi \text{ mA} \end{cases}$$

مثال

جریان الکتریکی زیر در یک جسم هادی برقرار است، بار الکتریکی عبوری از جسم بین زمان‌های ۱ ثانیه تا ۵ ثانیه را محاسبه کنید.

$$i = (3t^2 - t) \text{ A}$$



$$Q = \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt = \int_{1^s}^{5^s} (3t^2 - t) dt$$

$$Q = \left. t^3 - \frac{1}{2}t^2 \right|_1^5 = \left(5^3 - \frac{1}{2} \times 5^2 \right) - \left(1^3 - \frac{1}{2} \times 1^2 \right)$$

$$Q = 125 - 12,5 - 0,5 = 112 = 112 \text{ C}$$

ولتاژ الکتریکی

- برای به حرکت درآوردن بارهای الکتریکی به یک نیرو خارجی (emf) نیاز داریم.
- ولتاژ الکتریکی عامل ایجاد نیرو محرکه خارجی است.
- ولتاژ یا اختلاف پتانسیل مقدار انرژی لازم برای عبور دادن بار الکتریکی واحد از جسم است.

$$V_{ab} \triangleq \frac{dw}{dq}$$

انرژی

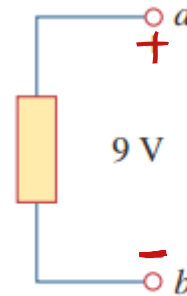
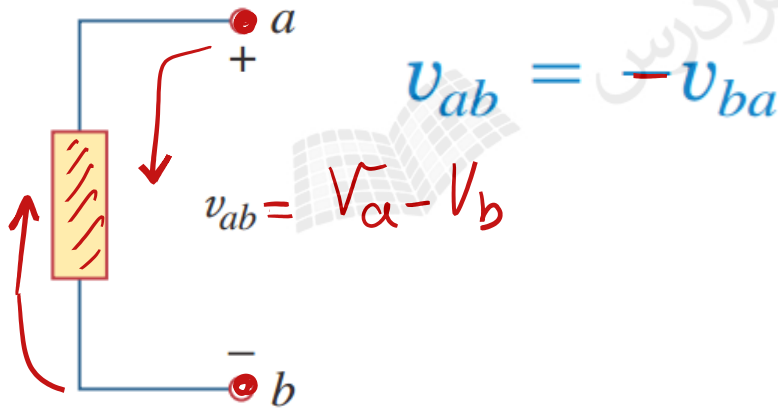
- واحد اندازه گیری ولتاژ الکتریکی ولت یا Volt است.



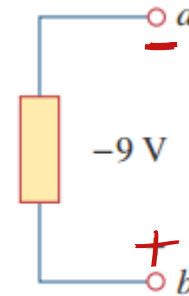
ولتاژ الکتریکی

$$\underline{1 \text{ volt}} = 1 \text{ joule/coulomb} = \underline{1 \text{ newton-meter/coulomb}}$$

- ولتاژ الکتریکی بصورت نسبی اندازه گیری می شود.



(a)



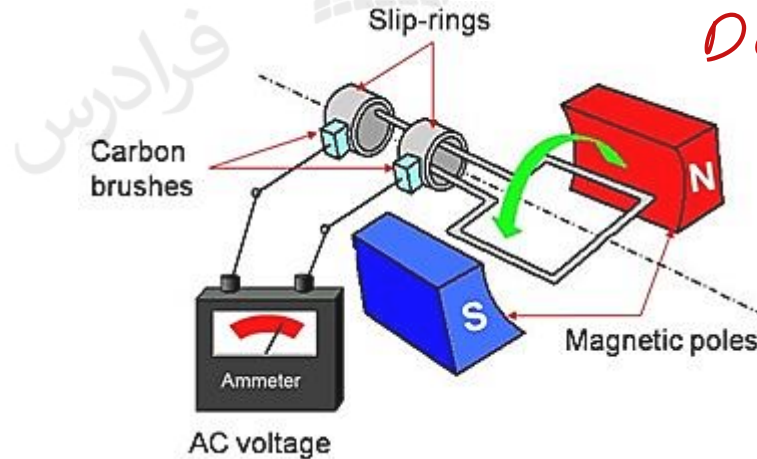
(b)

ولتاژ الکتریکی

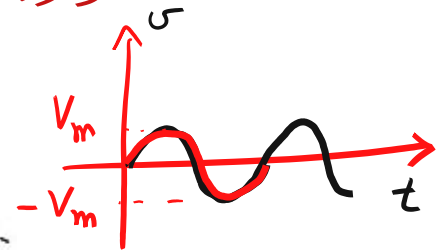


• ولتاژ الکتریکی نیز دارای دو نوع جریان مستقیم و متناوب است.

باتری
9V



موتور DC



$$V = V_m \sin \omega t$$

ω : فرکانس

توان و انرژی

• **توان** مقدار انرژی آزادشده یا جذب شده در واحد زمان است. **Power**

$$p \triangleq \frac{dw}{dt}$$

↗ $\dot{w}$
↘ s

• واحد توان **وات** یا ژول بر ثانیه است.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \frac{dz}{dx}$$

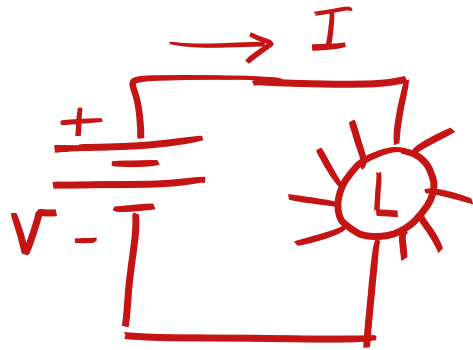
$$p = \frac{dw}{dt} = \left(\frac{dw}{dq} \right) \cdot \left(\frac{dq}{dt} \right) = v i$$

↔ ↗ ↘

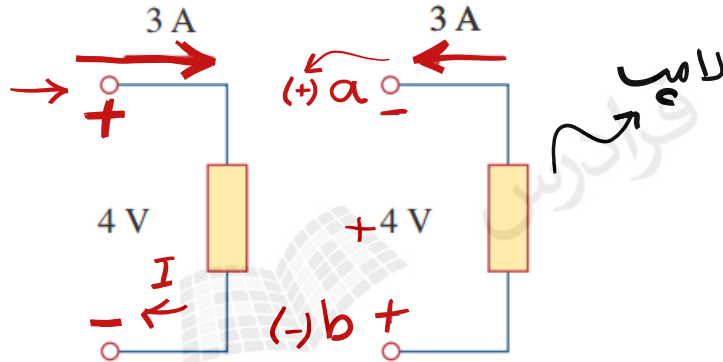
= جریان $\times$ ولتاژ

توان و انرژی

- علامت توان جذب شدن و یا آزاد شدن آنرا مشخص می کند.



$$P = VI$$

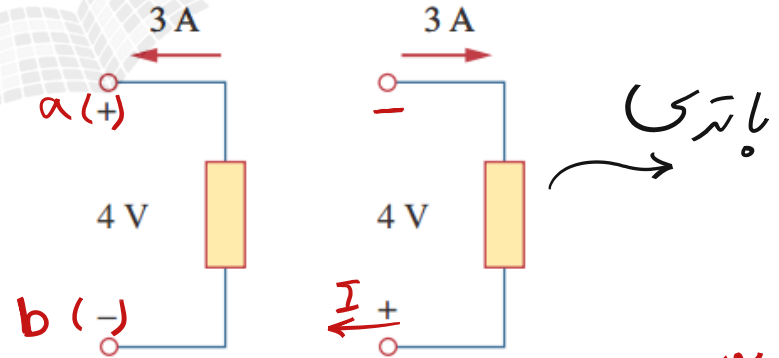


$$P = 4V \times (3A)$$

$$P = +12W$$

$$P = (-4)(-3)$$

$$P = +12W$$

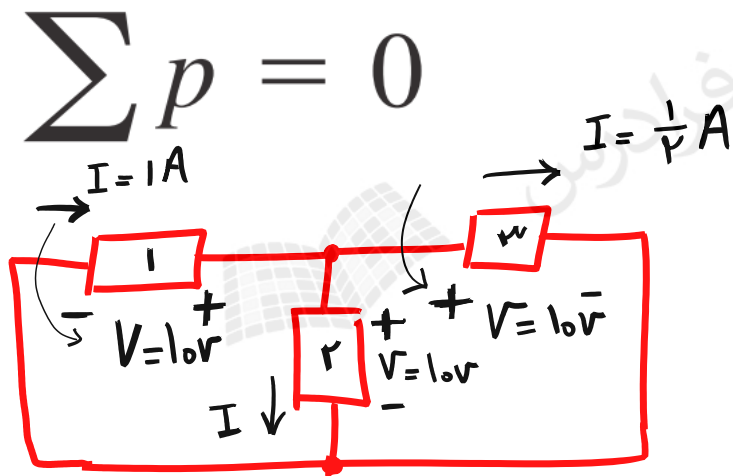


$$P = 4 \times (-3) = -12W$$

توان به مدار داده می شود.

توان و انرژی

- طبق قانون پایستگی انرژی در مدار الکتریکی مجموع توان‌های جذب شده و آزاد شده صفر می‌شود. (قضیه تلگان)



$$P_1 = 10 \times (-1) = -10W$$

$$P_2 = (10V) \times (+I) = 10I W$$

$$P_3 = 10V \times \left(\frac{1}{r}\right) = +10W$$

$$\sum_{i=1}^3 P_i = 0$$

$$-10 + 10I + 10 = 0$$

$$10I = +10 - 10 = 0 \Rightarrow I = \frac{1}{r} A$$

توان و انرژی

$$(p = \frac{dw}{dt}) = v i$$

$$w = \int_{t_0}^t p dt = \int_{t_0}^t v i dt$$

• انرژی توانایی انجام کار است.

• واحد انرژی ژول است.

• واحد دیگر معروف برای انرژی وات-ساعت است.

$$۱۲۰۰ \text{ J} = ۲ \text{ Wh}$$

$$\underline{1 \text{ Wh}} = \underline{3,600 \text{ J}}$$

مثال

یک منبع انرژی جریان ثابت ۲ آمپر را به مدت ۱۰ ثانیه از یک لامپ عبور می‌دهد. اگر

۲.۳ کیلوژول انرژی بصورت انرژی حرارتی و نورانی از لامپ پخش شده باشد، ولتاژ لامپ

را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned}
 P &= VI = V \times 2 = 2V \\
 W &= \int_{t_0}^{t_1} P dt = \int_{t_0}^{t_1} (2V) dt = 2V \tau \Big|_{t_0}^{t_1} \\
 W &= 2V(t_1 - t_0) \Rightarrow 2V \times 10 = 2300 \\
 V &= \frac{2300}{2 \times 10} = \frac{230}{2} = 115 \text{ V}
 \end{aligned}$$

مثال

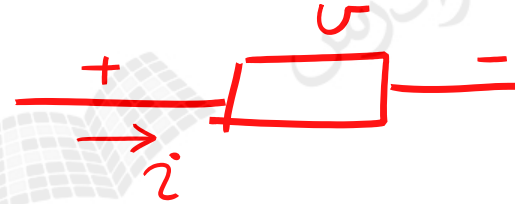
توان و انرژی یک المان که دارای جریان و مشخصه‌های زیر است را بدست آورید.

$$\rightarrow i = 5 \cos 60\pi t \text{ A}$$

$$۱. v = 3i$$

$$۲. v = 3 di/dt$$

$$۳. v = \left(10 + 5 \int_0^t i dt \right)$$



$$\begin{cases} P = ui \\ W = \int_0^t P dt \end{cases}$$

$$v = v_m \sin \omega t$$



$$v = v_m (\sin \omega t \cos \phi_0 \pi t) = V_m \cos \phi_0 \pi t \quad \text{حالت ۱}$$

$$p = v i = (V_m \cos \phi_0 \pi t)(I_m \cos \phi_0 \pi t) = V_m I_m \cos^2 \phi_0 \pi t$$

$$\begin{aligned} w &= \int_0^t p dt = \int_0^t (V_m I_m \cos^2 \phi_0 \pi t) dt \\ &= V_m I_m \int_0^t \left(\frac{1 + \cos 2\phi_0 \pi t}{2} \right) dt \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$W = \frac{V_d}{r} \int_0^t (1 + \cos 1\Gamma_0 \pi t) dt$$

$$= \frac{V_d}{r} \left(t + \frac{1}{1\Gamma_0 \pi} \sin 1\Gamma_0 \pi t \right) \Big|_0^t$$

$$W = \frac{V_d}{r} \left(t + \frac{1}{1\Gamma_0 \pi} \sin 1\Gamma_0 \pi t \right) \text{ ج}$$

$$v = i \frac{di}{dt}, \quad i = I \cos \omega_0 \pi t \quad A$$

$$v = i \times \frac{d}{dt} (I \cos \omega_0 \pi t) = i \times \{-I \omega_0 \pi \sin \omega_0 \pi t\}$$

حالت ۲:

$$v = -I \omega_0 \pi \sin \omega_0 \pi t$$

$$p = v i = (-I \omega_0 \pi \sin \omega_0 \pi t) (I \cos \omega_0 \pi t)$$

$$p = -I^2 \omega_0 \pi \sin \omega_0 \pi t \cos \omega_0 \pi t$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$P = - \frac{4000\pi}{\gamma} \sin 150\pi t \quad W$$

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t (-4400\pi \sin 150\pi t) dt$$

$$W = (-4400\pi) \left(\frac{-1}{150\pi} \cos 150\pi t \Big|_0^t \right)$$

$$= \frac{4400}{150} (\cos 150\pi t - 1)$$

$$= 18.7 \text{ J} (\cos 150\pi t - 1)$$

$$\rightarrow V = (V_0 + d \int_0^t i(t) dt)$$

$$i = d \cos \gamma_0 \pi t$$

حالت سوم

$$V = V_0 + d \int_0^t d \cos \gamma_0 \pi t dt$$

$$= V_0 + \gamma d \left(\frac{\sin \gamma_0 \pi t}{\gamma_0 \pi} \Big|_0^t \right) = V_0 + \frac{\gamma d}{\gamma_0 \pi} \sin \gamma_0 \pi t$$

$$V = \left(V_0 + \frac{d}{\gamma \pi} \sin \gamma_0 \pi t \right) V$$

$$P = V i = \left(V_0 + \frac{d}{\gamma \pi} \sin \gamma_0 \pi t \right) (d \cos \gamma_0 \pi t)$$

$$P = \mathcal{D}_0 \cos \gamma_0 \pi t + \frac{\mathcal{V}_d}{1\mathcal{F}\pi} \cos \gamma_0 \pi t \sin \gamma_0 \pi t$$

$$P = \left(\mathcal{D}_0 \cos \gamma_0 \pi t + \frac{\mathcal{V}_d}{\mathcal{F} \times 1\mathcal{F}\pi} \sin 1\mathcal{F}_0 \pi t \right) W$$

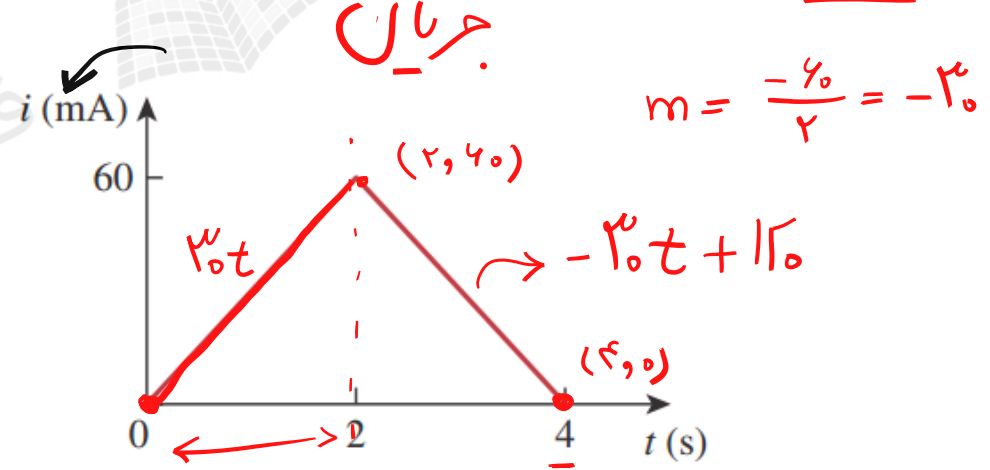
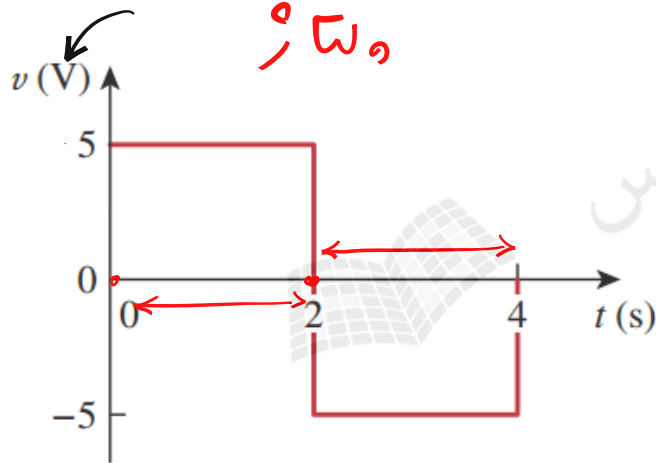
$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t \left(\mathcal{D}_0 \cos \gamma_0 \pi t + \frac{\mathcal{V}_d}{\mathcal{F}\pi} \sin 1\mathcal{F}_0 \pi t \right) dt$$

$$= \left(\frac{\mathcal{D}_0}{\gamma_0 \pi} \sin \gamma_0 \pi t - \frac{\mathcal{V}_d}{\mathcal{F}\pi \times 1\mathcal{F}_0 \pi} \cos 1\mathcal{F}_0 \pi t \right) \Big|_0^t$$

$$= \left\{ \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{F}\pi} \sin \gamma_0 \pi t + \frac{\mathcal{V}_d}{\mathcal{F}\pi \times 1\mathcal{F}_0} (1 - \cos 1\mathcal{F}_0 \pi t) \right\} \text{ ج}$$

مثال

شکل موج ولتاژ و جریان یک المان در شکل زیر نمایش داده شده است. شکل موج توان المان را رسم کرده و انرژی مصرفی در زمان ۴ ثانیه را بدست آورید.

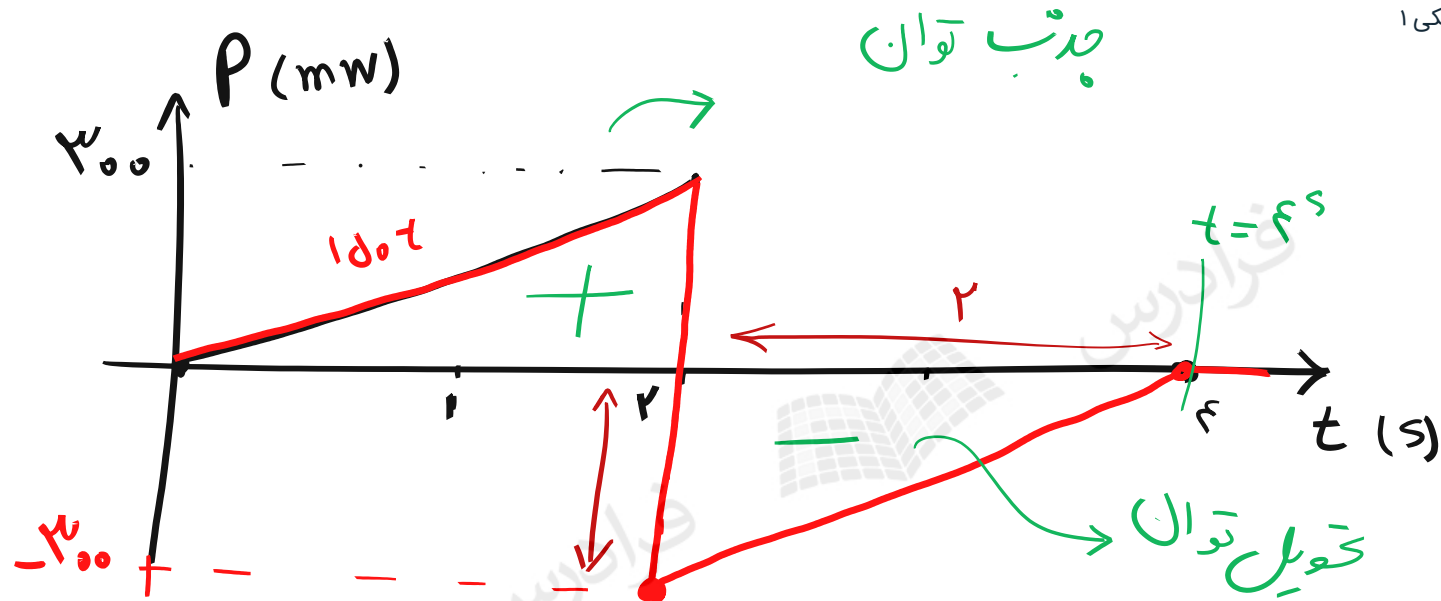


$$P = VI$$

$$V = \begin{cases} \underline{d}^r & 0 \leq t < 2 \quad (V) \\ -d & 2 < t < 4 \end{cases}$$

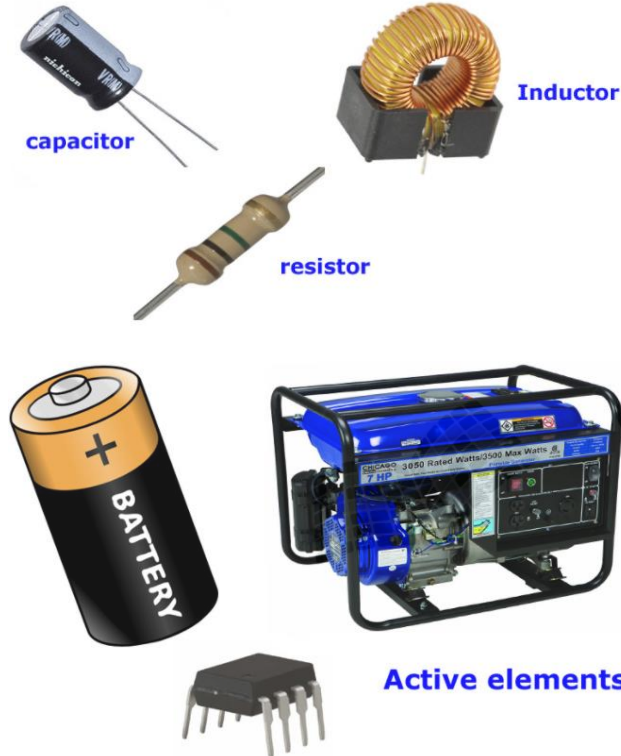
$$I = \begin{cases} \frac{100}{2} t & 0 \leq t < 2 \quad (mA) \\ 100 - 100 t & 2 < t < 4 \end{cases}$$

$$P = \begin{cases} 100 t & 0 \leq t < 2 \quad (mW) \\ 100 t - 400 & 2 < t < 4 \end{cases}$$



$$W(t=4\text{s}) = \int_0^4 P dt = + \frac{2 \times P_00}{2} - \frac{2 \times P_00}{2} = 0 \text{ ج}$$

المان‌های مدار

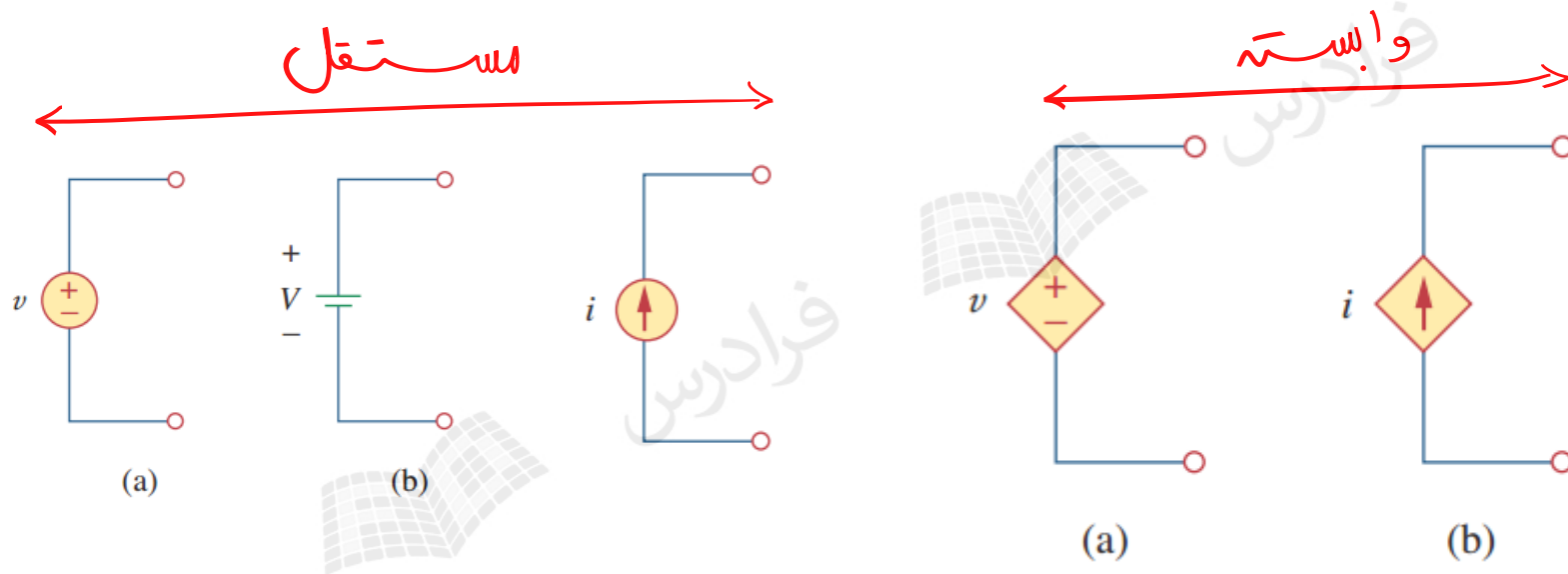


- المان‌های مدار به دو دسته تقسیم بندی می‌شوند:
- المان‌های پسیو – توان جذب می‌کنند.
- المان‌های اکتیو – توان تولید یا آزاد می‌کنند.

المان‌های مدار

- مهمترین المان‌های اکتیو مدار منابع جریان و ولتاژ هستند.
- منبع مستقل – جریان یا ولتاژ مستقل از جریان سایر المان‌های مدار است.
- منبع وابسته – جریان یا ولتاژ وابسته به ولتاژ و جریان سایر المان‌های مدار است.

المان‌های مدار

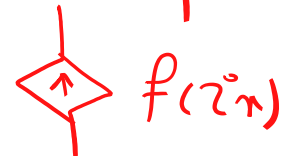
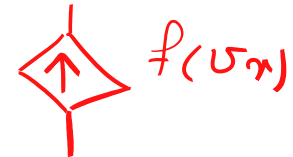
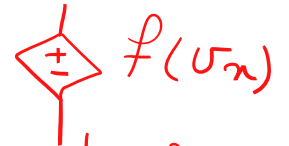


المان‌های مدار

• در منابع وابسته ولتاژ یا جریان می‌تواند وابسته به ولتاژ یا جریان یک المان دیگر

1. A voltage-controlled voltage source (VCVS).
2. A current-controlled voltage source (CCVS).
3. A voltage-controlled current source (VCCS).
4. A current-controlled current source (CCCS).

باشد.



مثال

توان همه المان‌های مدار زیر را بدست آورید.

$$P_1 = 20 \times (-5) = -100 \text{ W}$$

$$P_2 = 12 \times (+5) = 60 \text{ W}$$

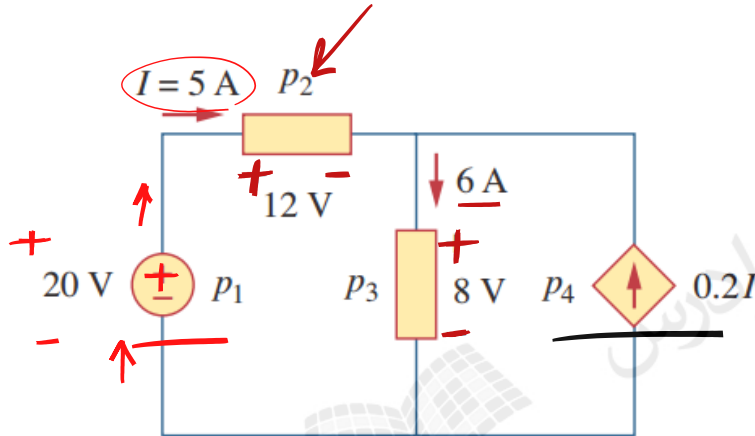
$$P_3 = 8 \times (+6) = 48 \text{ W}$$

$$\sum P = 0$$

$$-100 + 60 + 48 + P_4 = 0$$

$$P_4 = 100 - 60 - 48 = -12 \text{ W}$$

دست
منبع وابسته ۸ و ۱۰ توان به مدار تحویل می‌دهد



این اسلایدها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس
«آموزش مدارهای الکتریکی ۱»
تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

faradars.org/fvee110