

فرادرس

فراتر از یک کلاس درس
www.faradars.org

آموزش مدارهای الکتریکی ۱

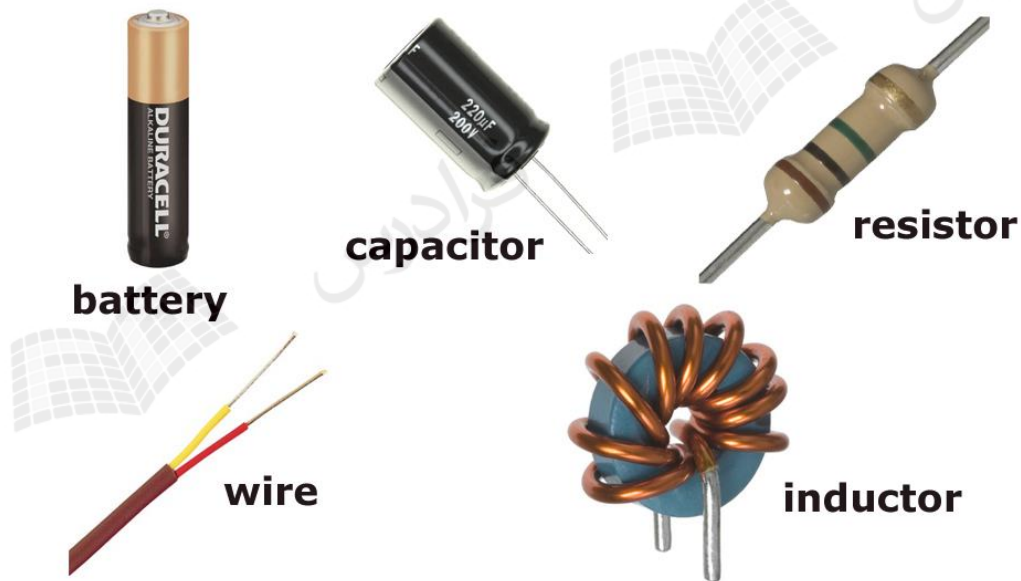
فصل چهارم: قضایای شبکه

مدرس:

امید زندی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل
دانشگاه علم و صنعت ایران

قضایای شبکه



قضایای شبکه

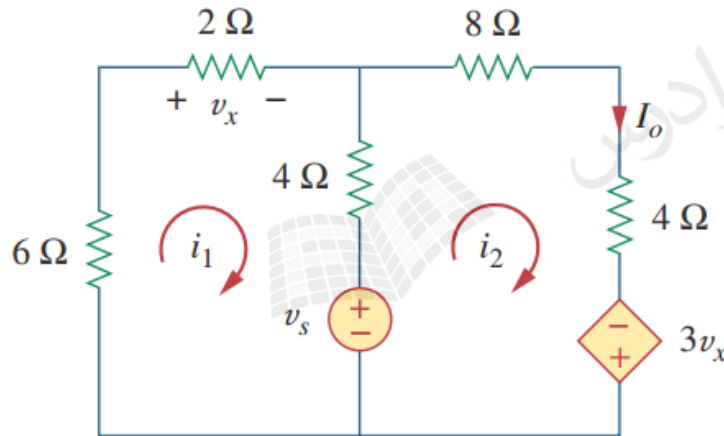
خاصیت ۱ – خطی بودن

- اگر ورودی k برابر شود، خروجی نیز k برابر شود.
- پاسخ به جمع ورودی‌ها برابر مجموع پاسخ تکی به ورودی‌ها است.
- مدارات شامل منابع مستقل، منابع وابسته خطی و المان‌های خطی، خطی هستند.

قضایای شبکه

خاصیت ۱ - خطی بودن

- مدارات شامل منابع مستقل، منابع وابسته خطی و المانهای خطی، خطی هستند.

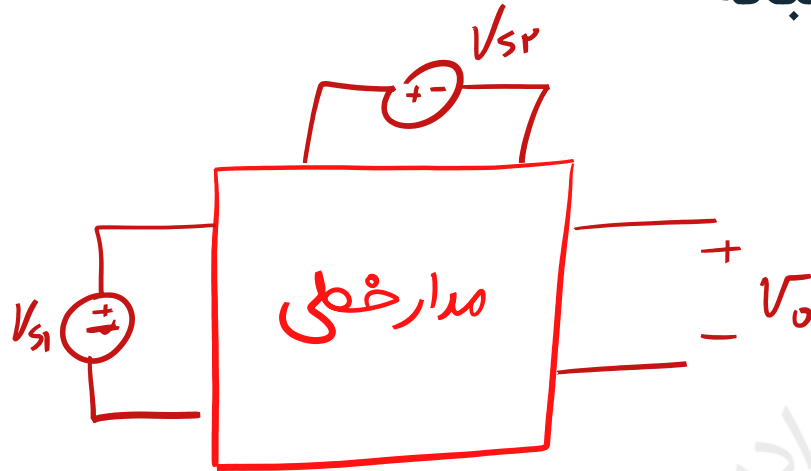


$$i \neq \quad V_s = 10V \rightarrow \begin{cases} i_1 = 1A \\ i_2 = 1.5A \end{cases}$$

$$i \neq \quad V_s = 20V \rightarrow \begin{cases} i_1 = 2A \\ i_2 = 3A \end{cases}$$

$$i \neq \quad V_s = 2V \rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{1}{5}A \\ i_2 = \frac{1.5}{5} = 0.3A \end{cases}$$

قضایای شبکه



$$V_o = \alpha V_{s1} + \beta V_{s2}$$

* مثال

پتانسیل	V_{s1} (V)	V_{s2} (V)	V_o (V)
(۱)	۱۰	۵	۱۰
(۲)	۵	۱۰	۱۲٫۵
(۳)	۱۰	۱۰	?

$$\begin{cases} 10\alpha + 5\beta = 10 \\ 5\alpha + 10\beta = 12.5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$-15\beta = 10 - 2 \times 12.5 = -15$$

$$\beta = 1$$

$$10\alpha + 5 \times 1 = 10$$

$$\alpha = \frac{10 - 5}{10} = \frac{1}{2}$$

قضایای شبکه

$$V_o = \frac{1}{r} V_{s1} + V_{s2}$$

(۳)

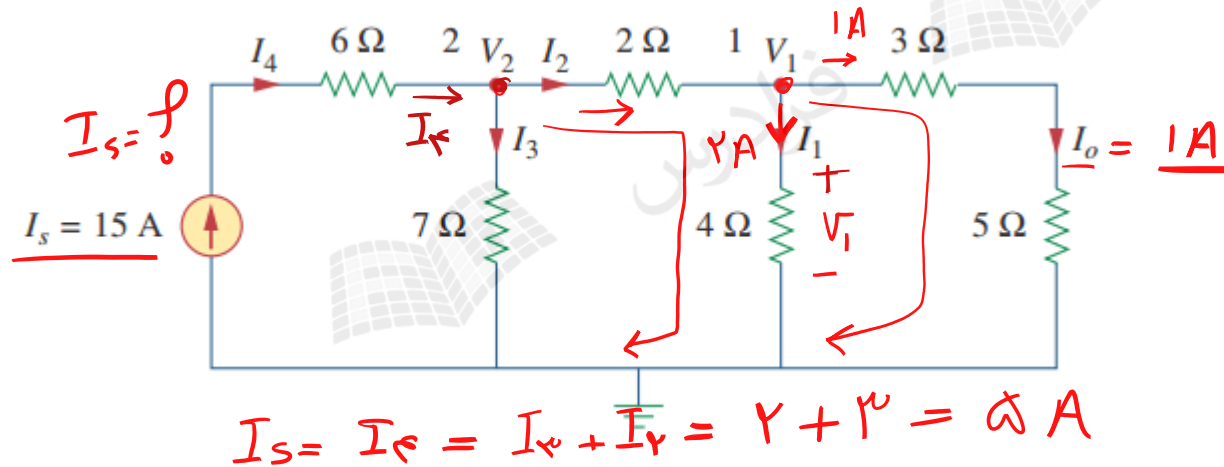
$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$V_{s2} = 10 \text{ V}$$

$$V_o = \frac{1}{r} \times 10 + 10 = 15$$

قضایای شبکه

مثال - اگر به ازای یک ورودی مشخص در مدار زیر جریان خروجی ۱ آمپر شود، به ازای ورودی ۱۵ آمپر جریان خروجی را محاسبه کنید.



آنالیز نود

$$V_1 = 3 \times 1 + 5 \times 1 = 8V$$

$$I_1 = \frac{V_1}{4} = \frac{8}{4} = 2A$$

$$I_2 = 1A + 2A = 3A$$

$$V_2 = 2 \times 3 + 8 = 14V$$

$$I_3 = \frac{V_2}{7} = \frac{14}{7} = 2A$$

قضایای شبکه

$x^2 \rightarrow I_s = 1 \angle A \rightarrow I_o = ?$ (آرنا سی)

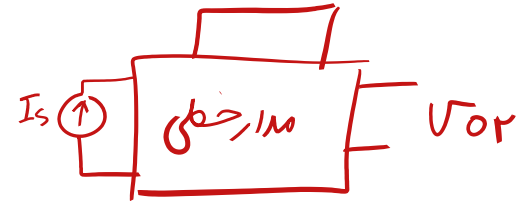
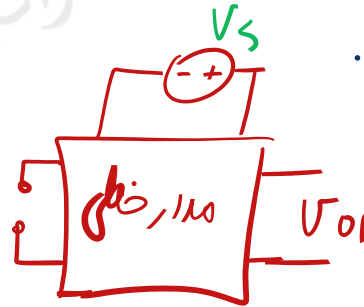
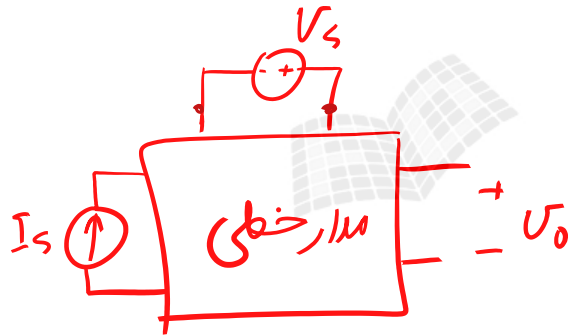
$I_s = 1 \angle A \rightarrow I_o = 1 A$

$I_o = 1 \times 2 = 2 A$

قضایای شبکه

خاصیت ۲ - جمع آثار

- اگر در یک مدار خطی چند منبع مستقل وجود داشته باشد، ولتاژ و جریان یک المان ناشی از تمام ورودی‌های مستقل برابر جمع ولتاژ و جریان المان ناشی از اعمال یک به یک همه منابع مستقل است.



$$V_o = V_{o1} + V_{o2}$$

قضایای شبکه

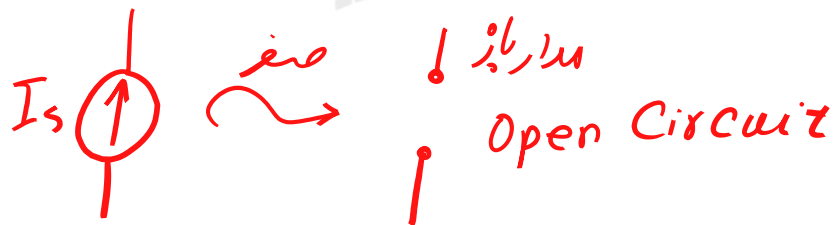
خاصیت ۲ - جمع آثار

- در هنگام استفاده از قضیه جمع آثار در هر زمان یک ورودی به مدار اعمال می شود و

سایر ورودی ها صفر می گردد.

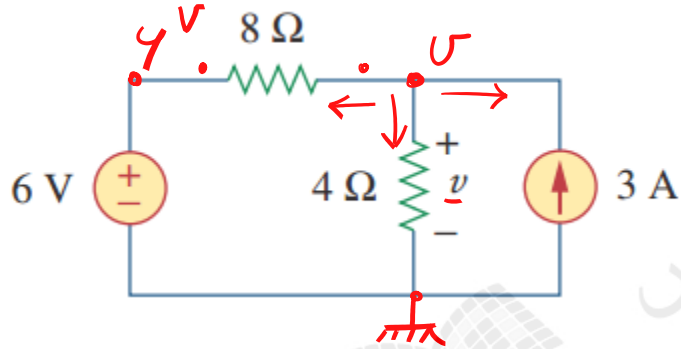


- منابع وابسته همواره در مدار قرار دارند.



قضایای شبکه

مثال - بصورت مستقیم و با استفاده از جمع آثار ولتاژ V را محاسبه کنید.



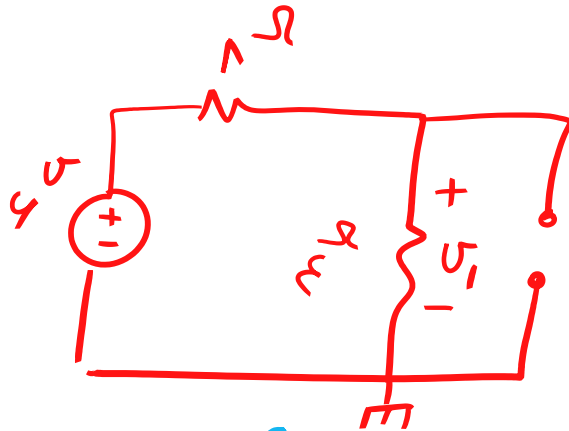
Kcl:

$$-3 + \frac{V}{4} + \left(\frac{V-6}{8} \right) = 0$$

$$-24 + 2V + V - 6 = 0$$

$$3V = 30 \Rightarrow V = 10V$$

قضایای شبکه



* حالت اول: اعمال منبع $4V$

$$V_1 = \frac{4}{4+1} \times 4 = \frac{4}{5} \times 4 = 3.2V$$

* حالت دوم: اعمال منبع $3A$

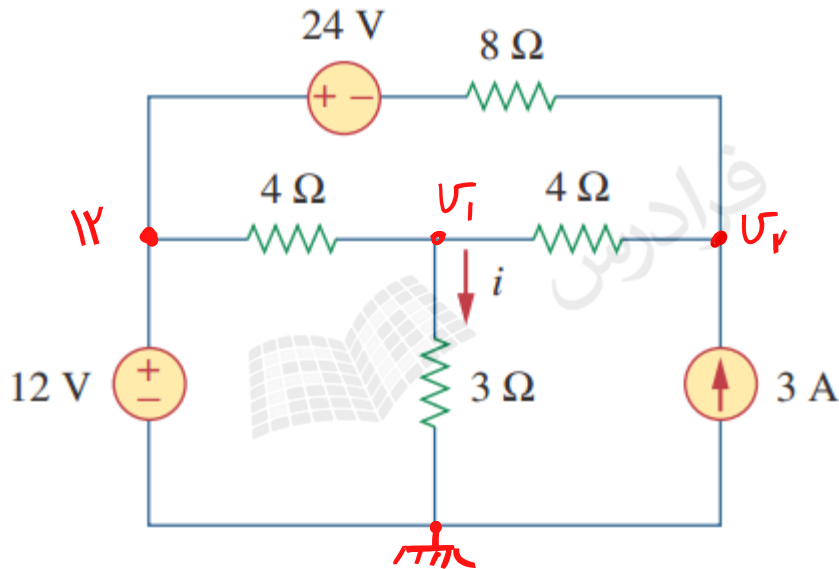
$$I_2 = \frac{1}{1+4} \times 3 = \frac{3}{5} = 0.6A$$

$$V_2 = 4 \times I_2 = 4 \times 0.6 = 2.4V$$

$$V = V_1 + V_2 = 3.2 + 2.4 = 5.6V$$

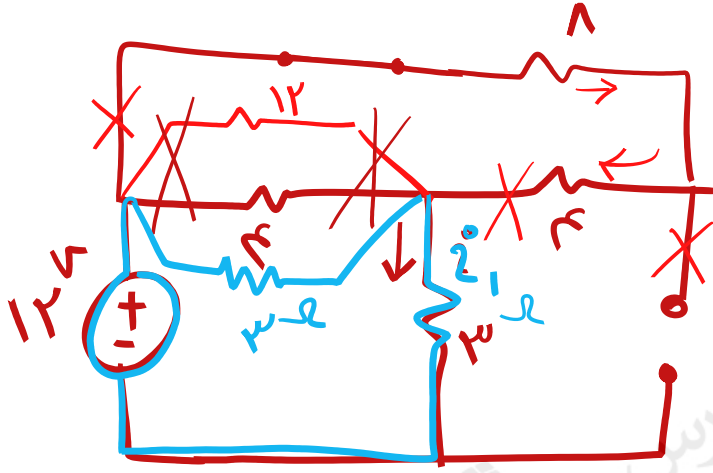
قضایای شبکه

مثال - با استفاده از جمع آثار جریان i را محاسبه کنید.



$$\begin{aligned}
 i^0 &= i_1 + i_2 + i_3 \\
 &= 2 + (-1) + (1) = 2 \text{ A}
 \end{aligned}$$

قضایای شبکه

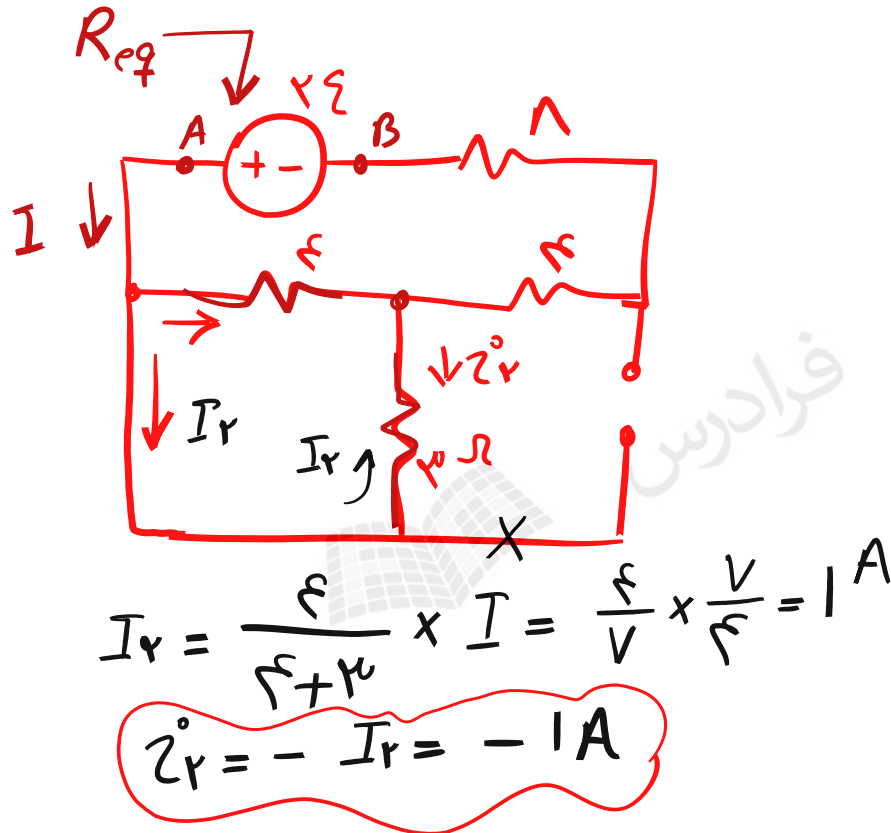


حالت اعمال منبع $12V$

$$R_{eq} = 12 \parallel 4 = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = \frac{48}{16} = 3\Omega$$

$$i_1 = \frac{12}{3 + 3} = 2 \text{ A}$$

قضایای شبکه



حالت ۲ اعمال منبع $2V$

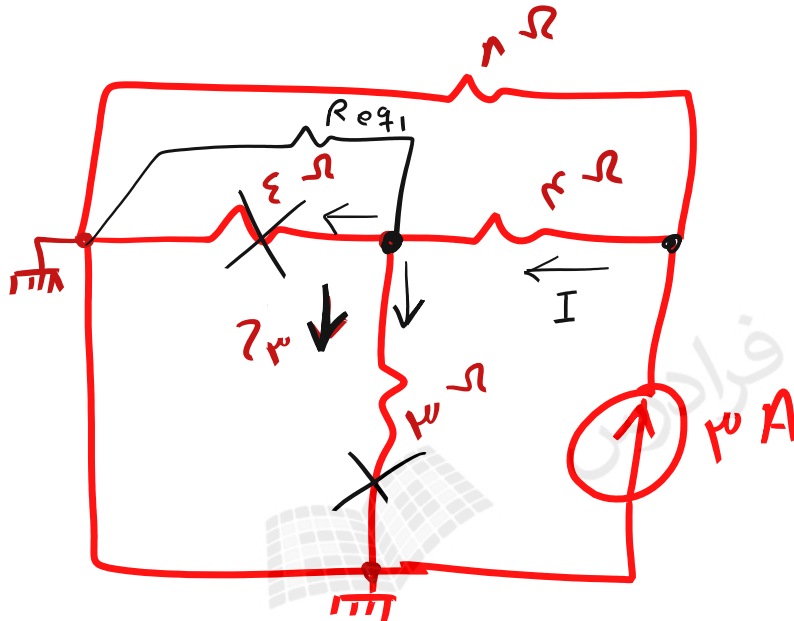
$$I = \frac{2V}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = 1 + 4 + 3 \parallel 4$$

$$R_{eq} = 1 + \frac{12}{V_1} = \frac{96}{V}$$

$$I = \frac{2V}{\frac{96}{V}} = \frac{2V \times V}{96} = \frac{V}{48} A$$

قضایای شبکه



حالت ۳) اعمال منبع جریان

$$R_{eq1} = 3 \parallel 4 = \frac{12}{V} \Omega$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} + 4 \Omega$$

$$I = \frac{1}{1 + R_{eq2}} \times 1$$

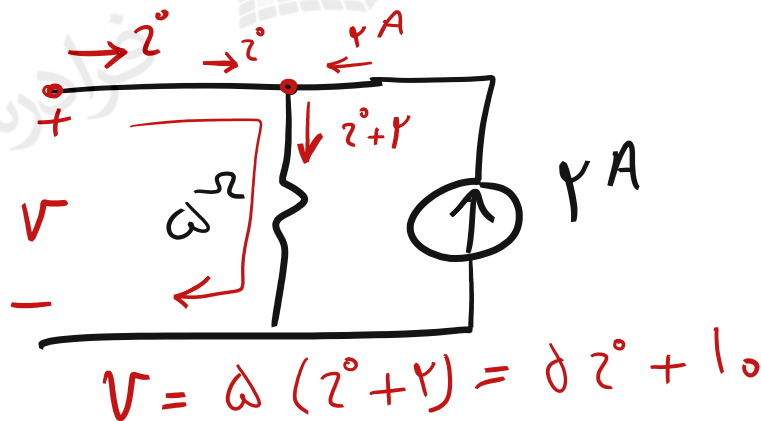
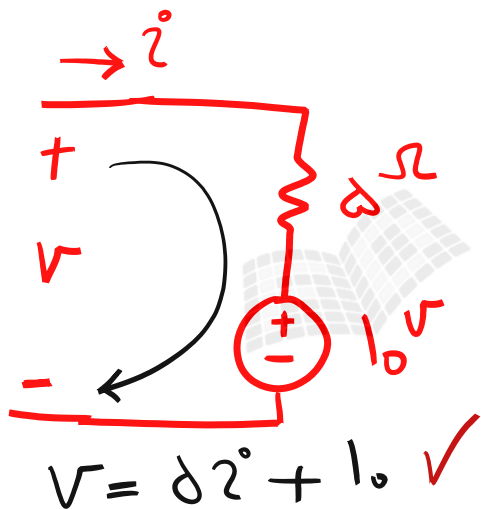
$$V_{th} = \frac{4}{4 + 3} I = \frac{4}{7} I$$

$$V_{th} = \frac{4}{7} \times \left(\frac{1}{1 + 4 + \frac{12}{V}} \right) \times 1 = \frac{4}{7} \times \frac{12 \times V}{96} = +1 A$$

قضایای شبکه

خاصیت ۳ - تبدیل منابع

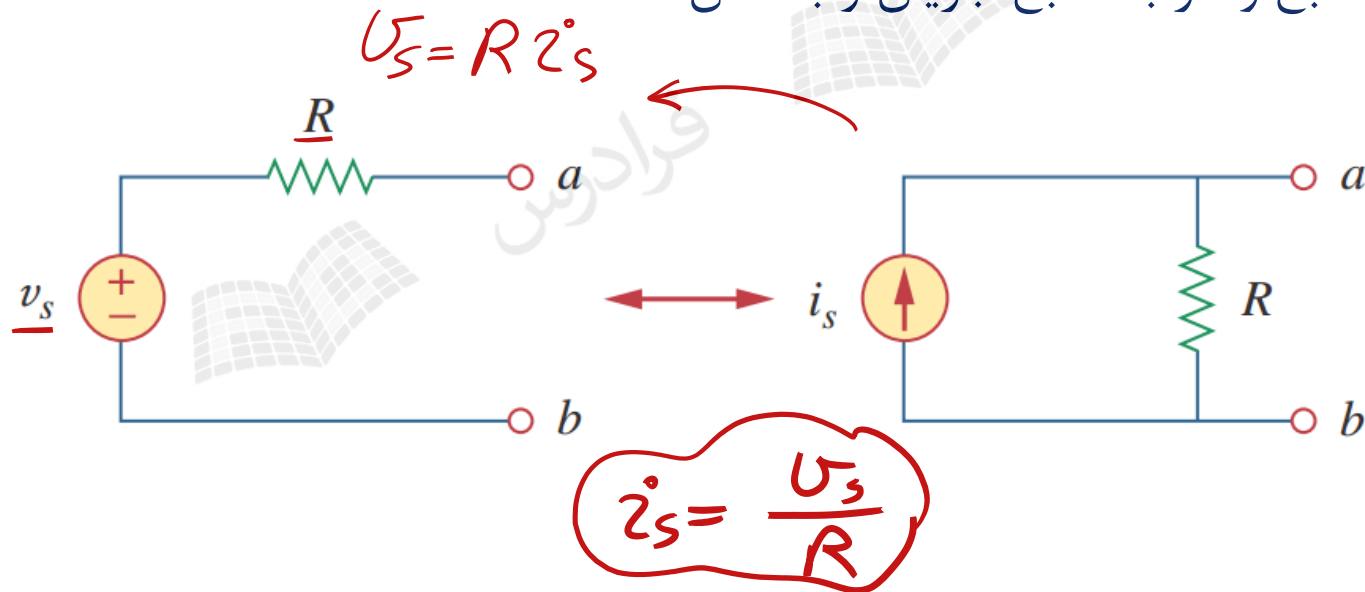
- دو مدار با هم معادل هستند اگر معادله مشخصه VI آنها با هم برابر باشد.



قضایای شبکه

خاصیت ۳ - تبدیل منابع

• تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان و بالعکس

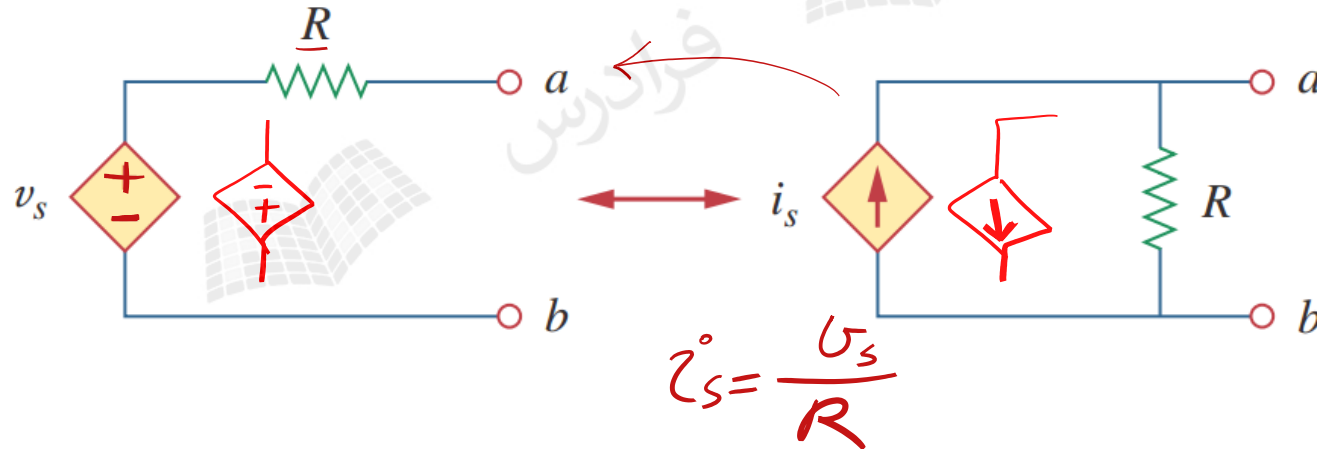


قضایای شبکه

خاصیت ۳ - تبدیل منابع

- تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان و بالعکس

$$V_s = R I_s$$



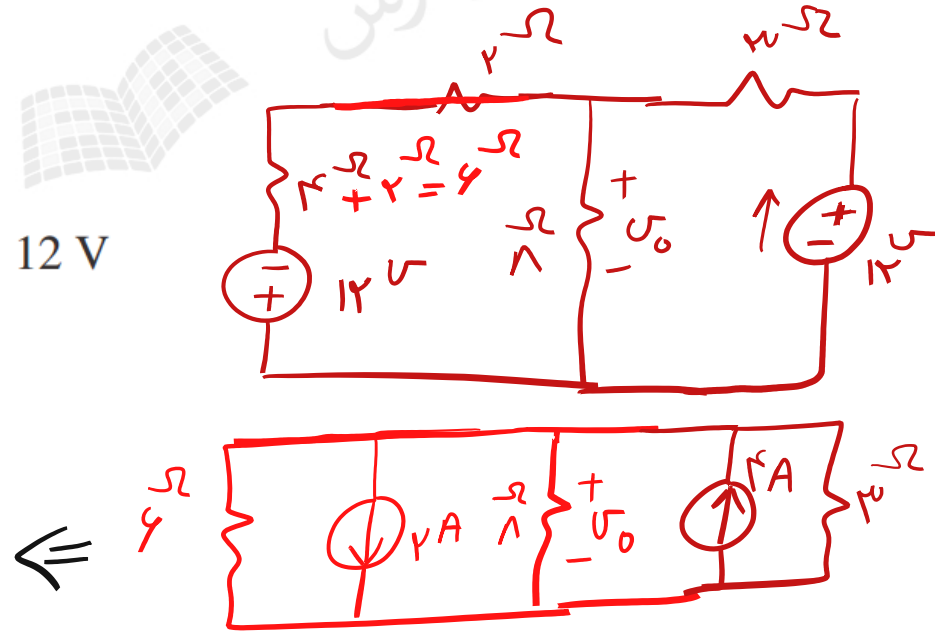
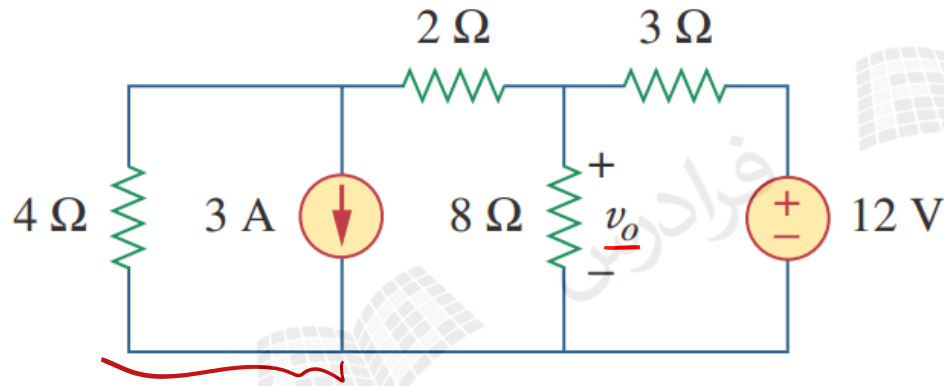
قضایای شبکه

خاصیت ۳ – تبدیل منابع

- به جهت جریان و پلاریته منبع ولتاژ دقت کنید.
- زمانیکه مقاومتی با منبع ولتاژ سری نیست یا مقاومتی با منبع جریان موازی نیست، نمی توان از این قضیه استفاده کرد.

قضایای شبکه

مثال - با استفاده از تبدیل منابع ولتاژ خروجی را محاسبه کنید.



قضایای شبکه

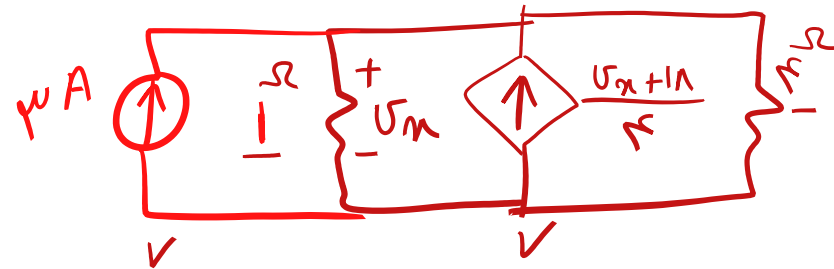
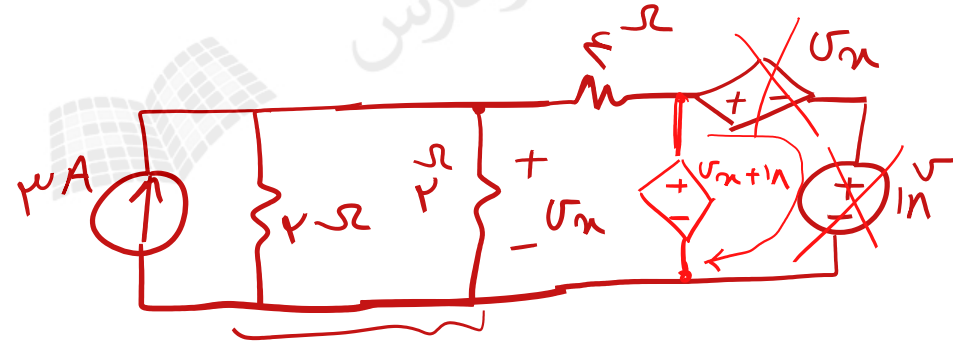
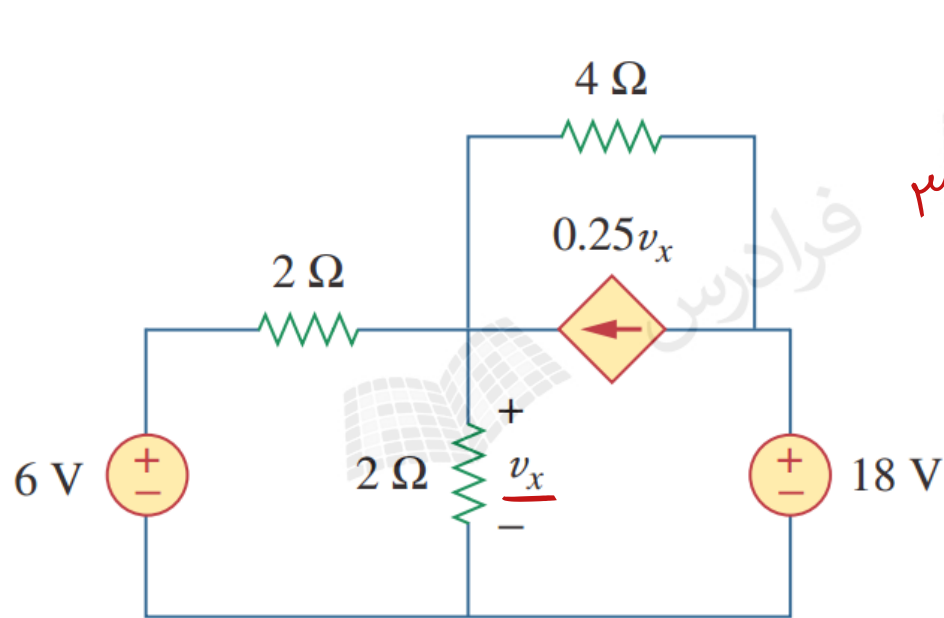
$$R_{eq} = (2 \parallel 4 \parallel 1) = \frac{2 \times 4}{2 + 4} \parallel 1 = 2 \parallel 1 = \frac{2 \times 1}{2 + 1}$$

$$R_{eq} = \frac{14}{10} = 1,4 \Omega$$

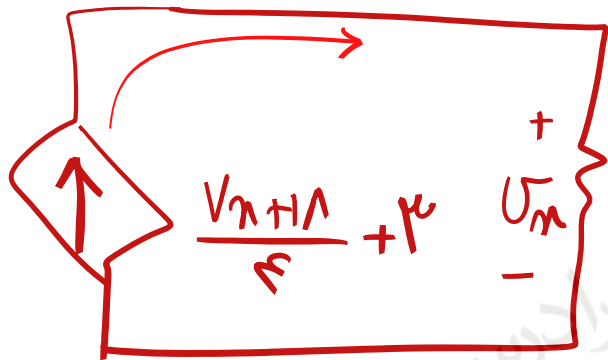
$$U_0 = 2 \times 1,4 = 2,8 \text{ V}$$

قضایای شبکه

مثال – با استفاده از تبدیل منابع ولتاژ X را محاسبه کنید.



قضایای شبکه



$$i = \frac{e}{\omega}$$

$$V_n = \frac{e}{\omega} \times \left(\frac{V_{n+1}}{R} + R \right)$$

$$V_n = \frac{e}{\omega} \times \frac{V_n + V_0}{R}$$

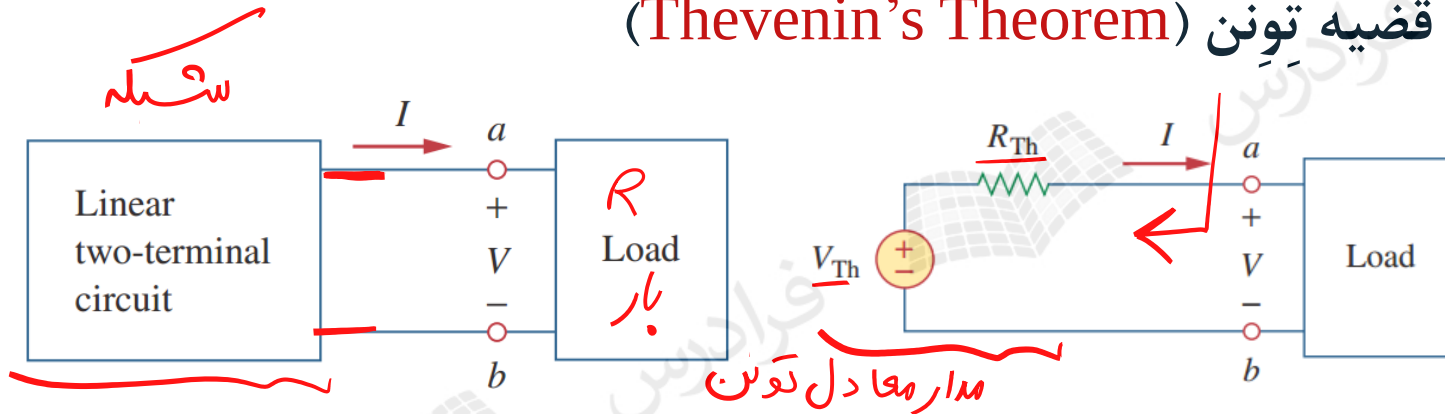
$$\omega V_n = V_n + V_0$$

$$e V_n = V_0 \Rightarrow$$

$$V_n = V_0 / e$$

قضایای شبکه

خاصیت ۴ - قضیه تونن (Thevenin's Theorem)

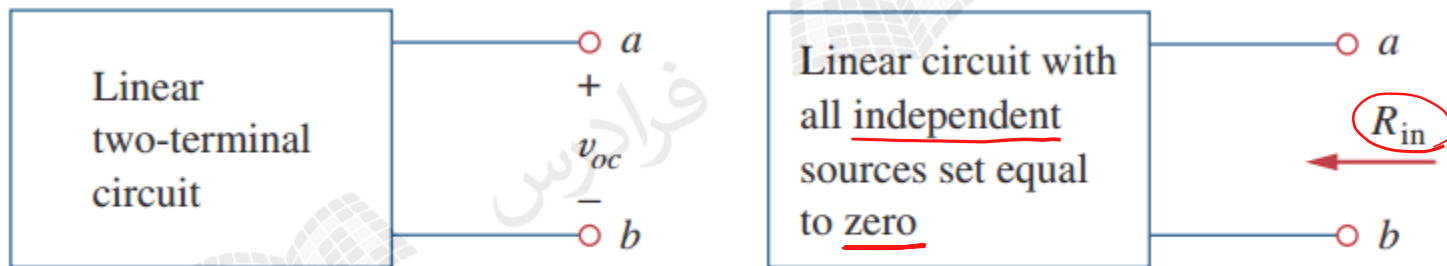


Thevenin's theorem states that a linear two-terminal circuit can be replaced by an equivalent circuit consisting of a voltage source V_{Th} in series with a resistor R_{Th} , where V_{Th} is the open-circuit voltage at the terminals and R_{Th} is the input or equivalent resistance at the terminals when the independent sources are turned off.

قضایای شبکه

خاصیت ۴ - قضیه تونن (Thevenin's Theorem)

open Circuit



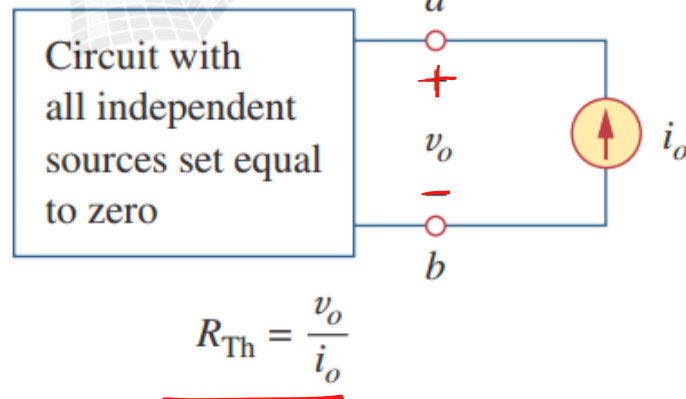
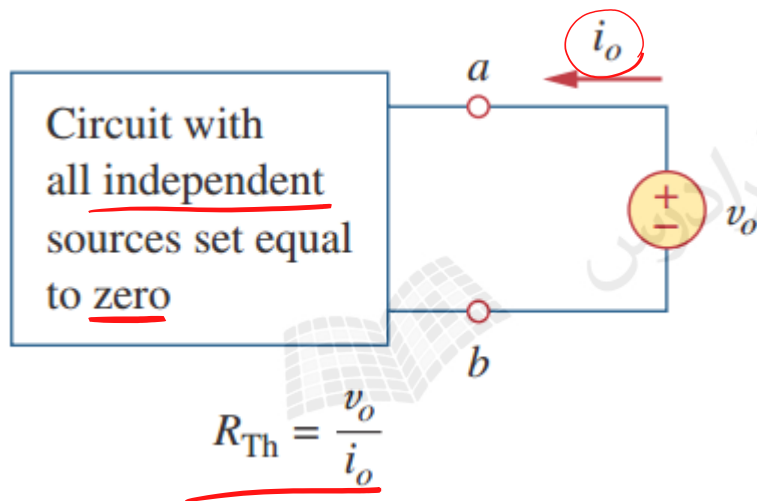
ولتاژ تونن $V_{Th} = v_{oc}$

مقاومت تونن $R_{Th} = R_{in}$

قضایای شبکه

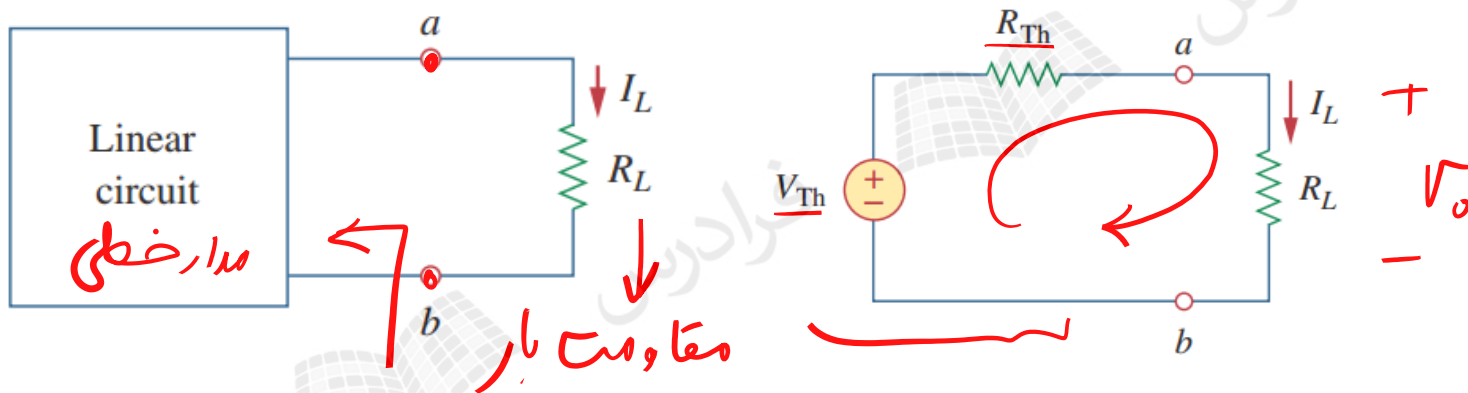
خاصیت ۴ - قضیه تونن (Thevenin's Theorem)

- محاسبه مقاومت تونن



قضایای شبکه

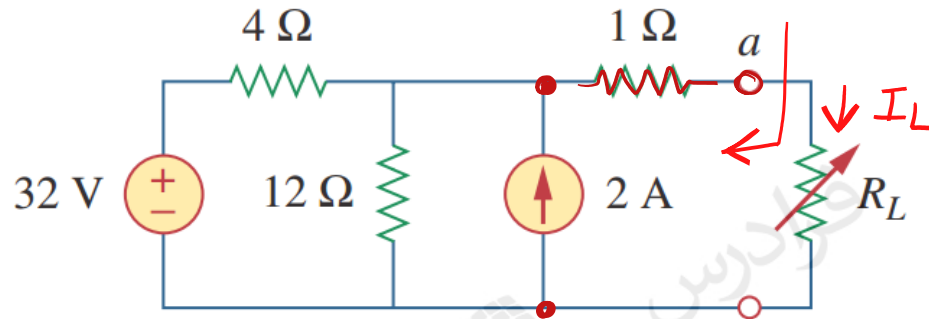
خاصیت ۴ - قضیه تونن (Thevenin's Theorem)



$$\begin{cases} I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \\ V_o = R_L I_L = \frac{R_L}{R_L + R_{Th}} V_{Th} \end{cases}$$

قضایای شبکه

مثال - با محاسبه مدار معادل تونن ترمینال ab، جریان بار را تعیین کنید.



* ولتاژ تونن

$$R_L = \infty$$

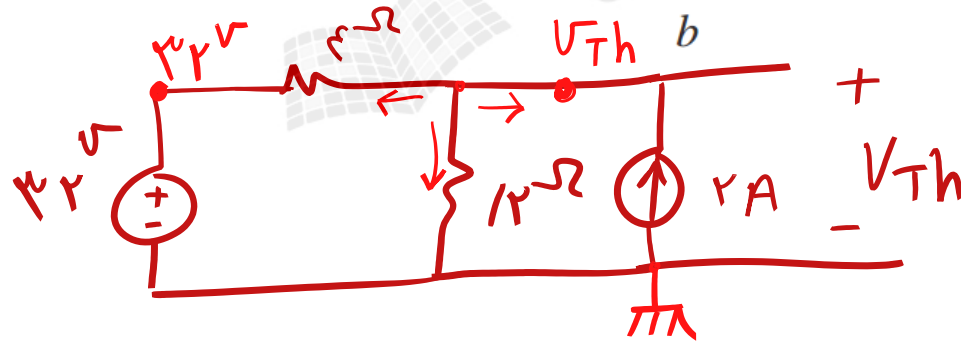
$$\left(\frac{V_{Th} - 32}{4} \right) + \frac{V_{Th}}{12} - 2 = 0$$

$$3V_{Th} - 96 + V_{Th} - 24 = 0$$

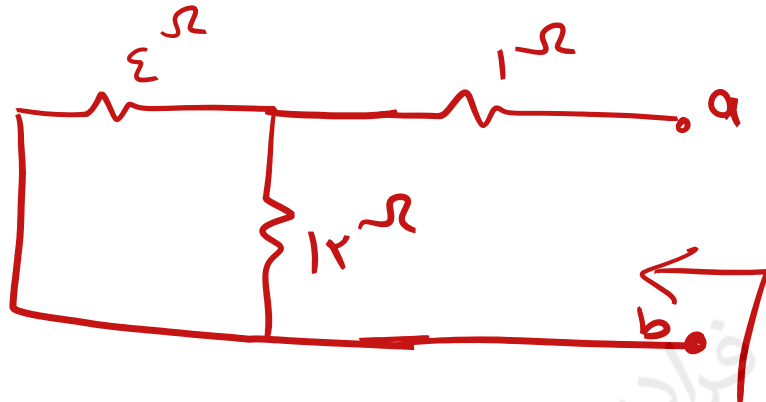
$$4V_{Th} = 96 + 24$$

$$V_{Th} = \frac{96 + 24}{4} = 24 + 6$$

$$V_{Th} = 30V$$



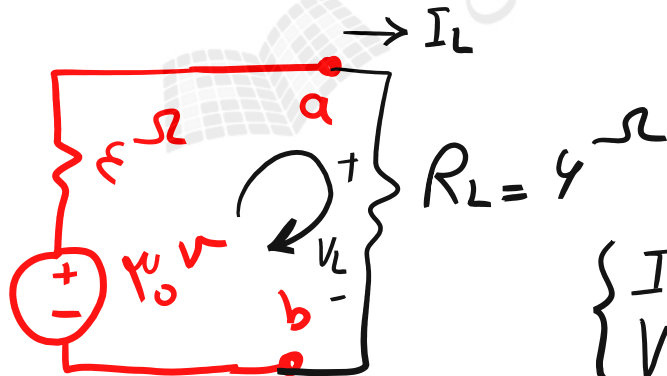
قضایای شبکه



* مقاومت تون

$$R_{Th} = 4 \parallel 12 + 1$$

$$= \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 1 = 4\ \Omega$$



$$R_L = 4\ \Omega$$

* مدار معادل تون

$$\begin{cases} I_L = \frac{20}{4 + 12} = 1\text{ A} \\ V_L = R_L I_L = 4 \times 1 = 4\text{ V} \end{cases}$$

قضایای شبکه

$$\text{if } R_L = 14 \Omega$$

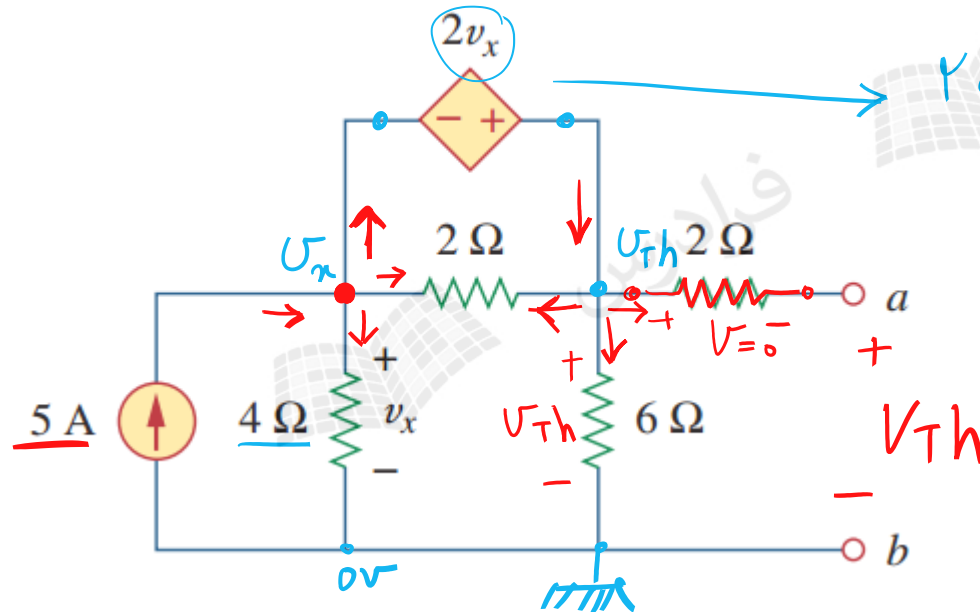
$$I_L = \frac{V_o}{\Sigma + 14} = \frac{V_o}{20}$$

$$I_L = 1.1 \text{ A}$$

$$V_L = R_L I_L = 14 \times 1.1 = 15.4 \text{ V}$$

قضایای شبکه

مثال - مدار معادل تونن ترمینال ab را تعیین کنید.



* ولتاژ تونن $2v_x = v_{Th} - v_x$

$$2v_x = v_{Th} \Rightarrow v_x = \frac{v_{Th}}{2}$$

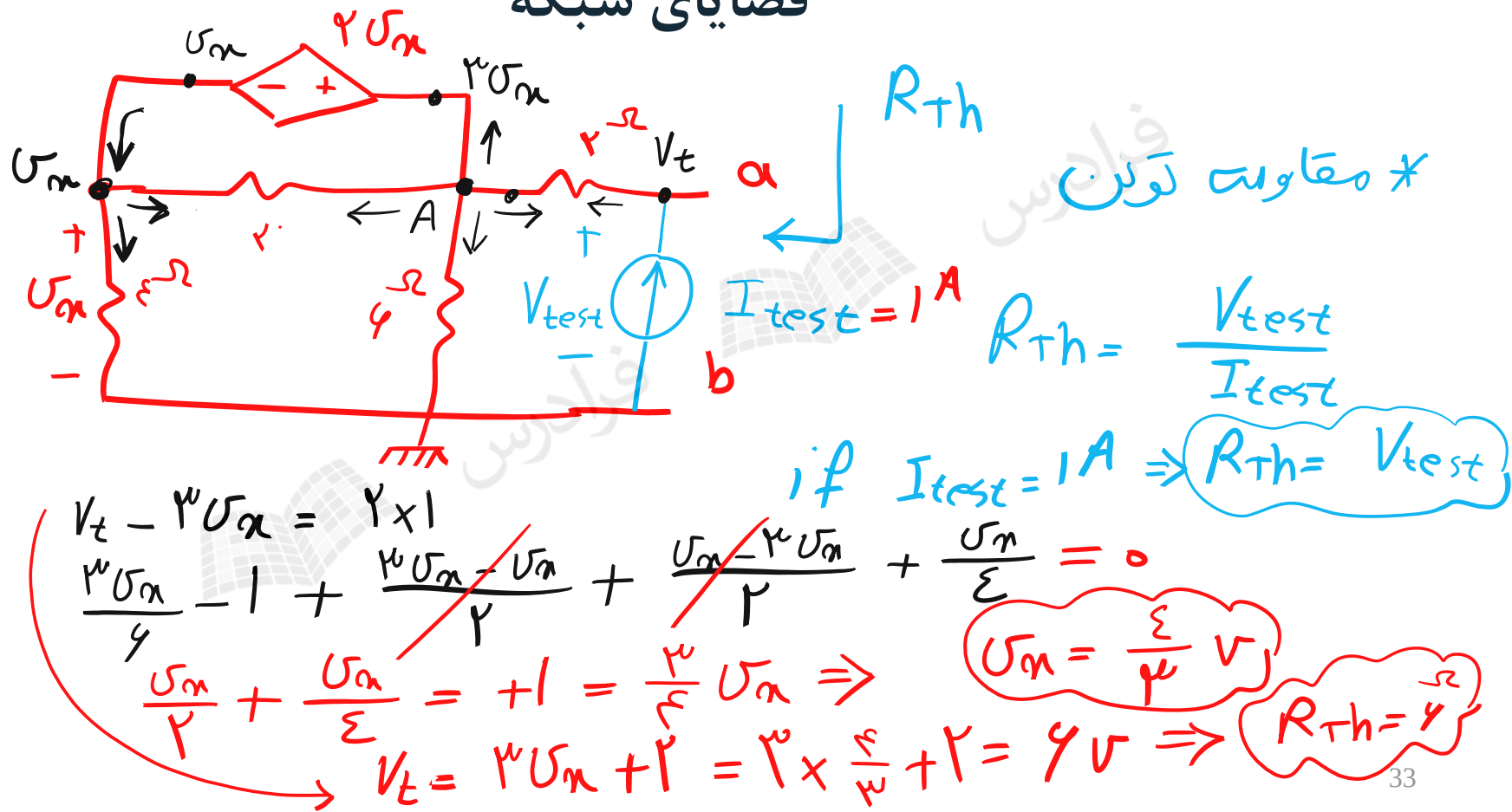
$$i = \left(\frac{v_x}{4}\right) + \frac{v_x - v_{Th}}{2} + \frac{v_{Th}}{6}$$

$$+ \frac{v_{Th} - v_x}{2}$$

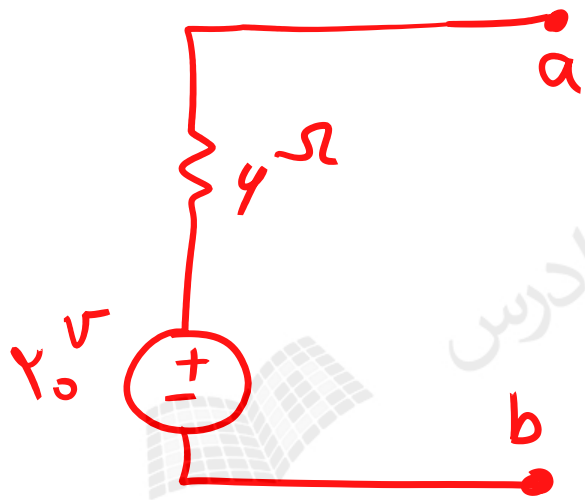
$$i = \left(\frac{v_{Th}}{8 \times \frac{1}{2}} + \frac{v_{Th}}{6}\right) = \frac{v_{Th}}{4}$$

$$v_{Th} = 20V$$

قضایای شبکه

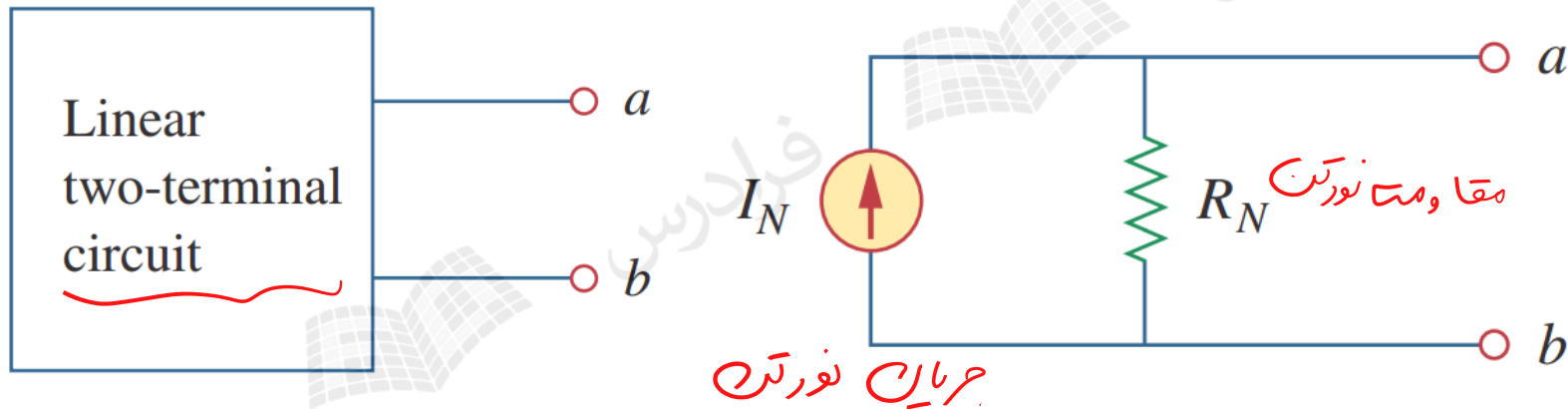


قضایای شبکه



قضایای شبکه

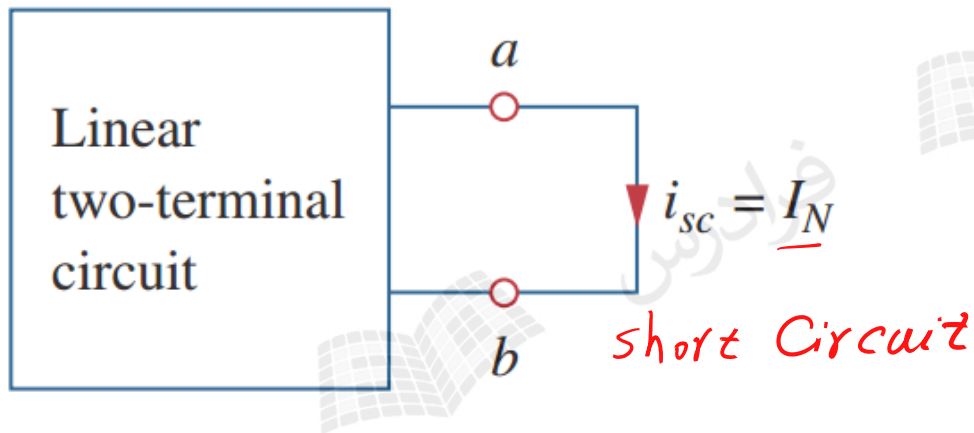
خاصیت ۵ – قضیه نورتُن (Norton's Theorem)



- مقاومت معادل تونن و نورتُن با هم برابر هستند.

قضایای شبکه

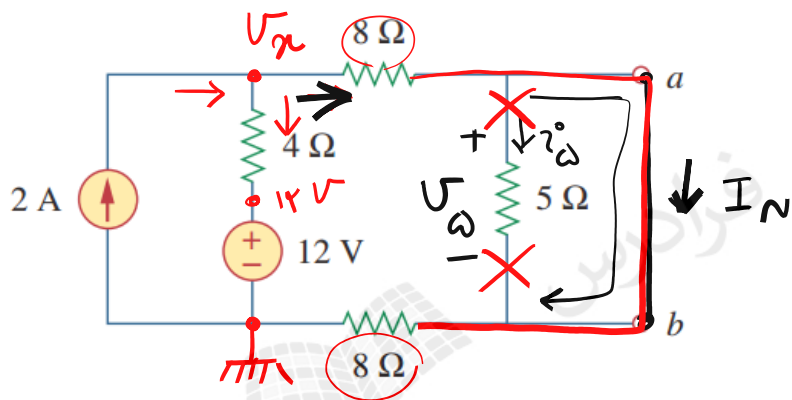
خاصیت ۵ – قضیه نورتُن (Norton's Theorem)



- مدار معادل تونن و نورتن با استفاده از تبدیل منابع، به همدیگر تبدیل می شوند.

قضایای شبکه

مثال - مدار معادل نورتن ترمنال ab را تعیین کنید.



$$I_N = \frac{V_N}{8 + 8} = \frac{14}{16} = 1A$$

* جریان نورتن

$$\begin{cases} V_o = 0 \\ I_o = 0 = \frac{V_o}{\omega} = 0A \end{cases}$$

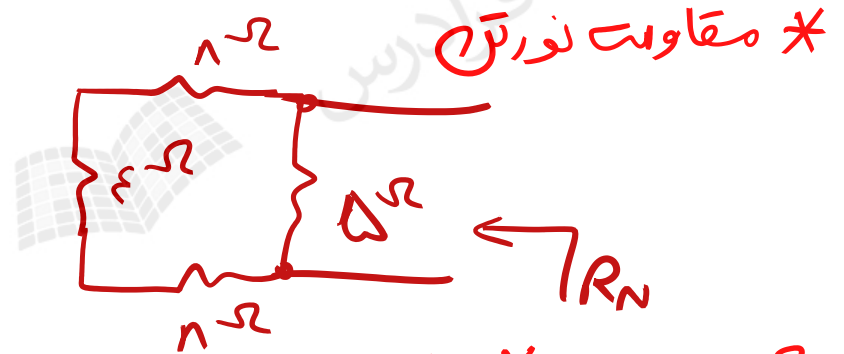
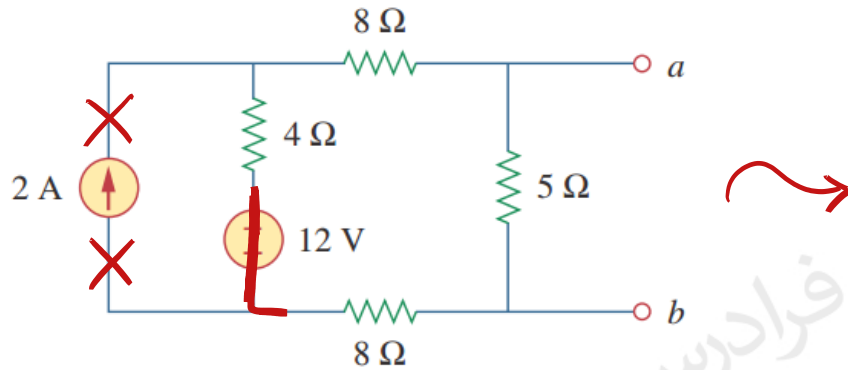
$$V = \frac{V_N - 12}{8} + \frac{V_N}{8 + 8} = 0$$

$$V = \frac{V_N}{8} + \frac{V_N}{16} - 12$$

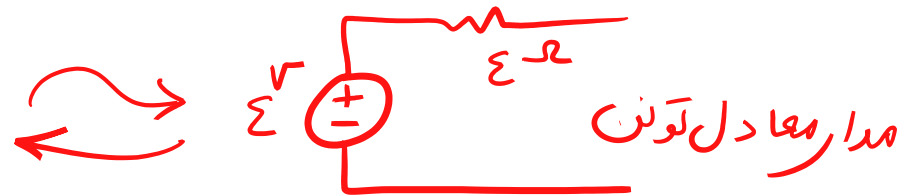
$$\omega = \frac{\omega}{16} V_N \Rightarrow$$

$$V_N = 14V$$

قضایای شبکه

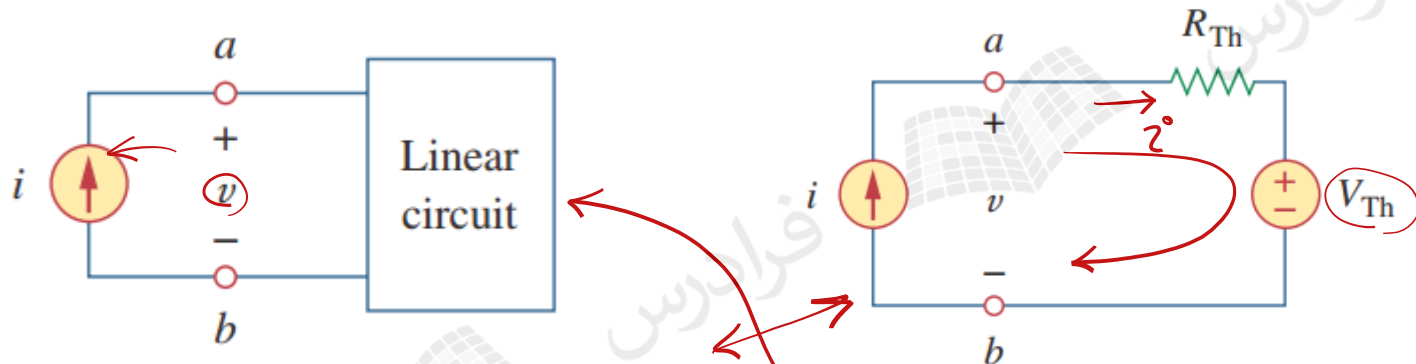


$$R_N = 5 \parallel (8 + 4 + 8) = 5 \parallel 20 = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4 \Omega$$



قضایای شبکه

محاسبه سریع مدار معادل تونن



$$v = R_{Th} i + V_{Th}$$

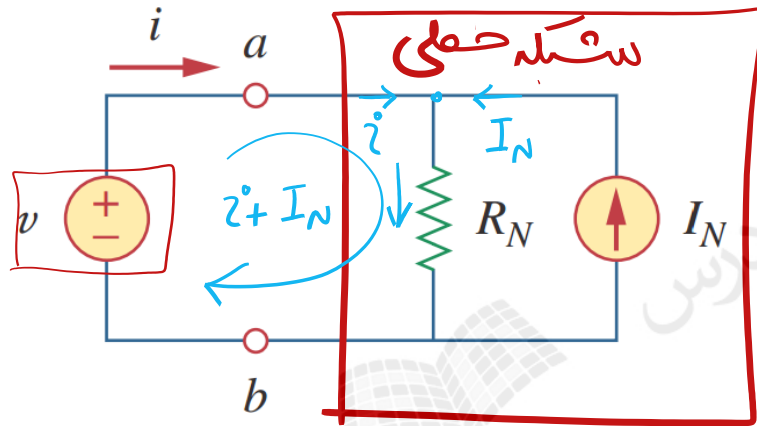
$$v = A_0 i + B_0$$

$$B_0 = V_{Th}$$

$$A_0 = R_{Th}$$

قضایای شبکه

محاسبه سریع مدار معادل نورتن



$$i = C_0 v + D_0 \leftarrow$$

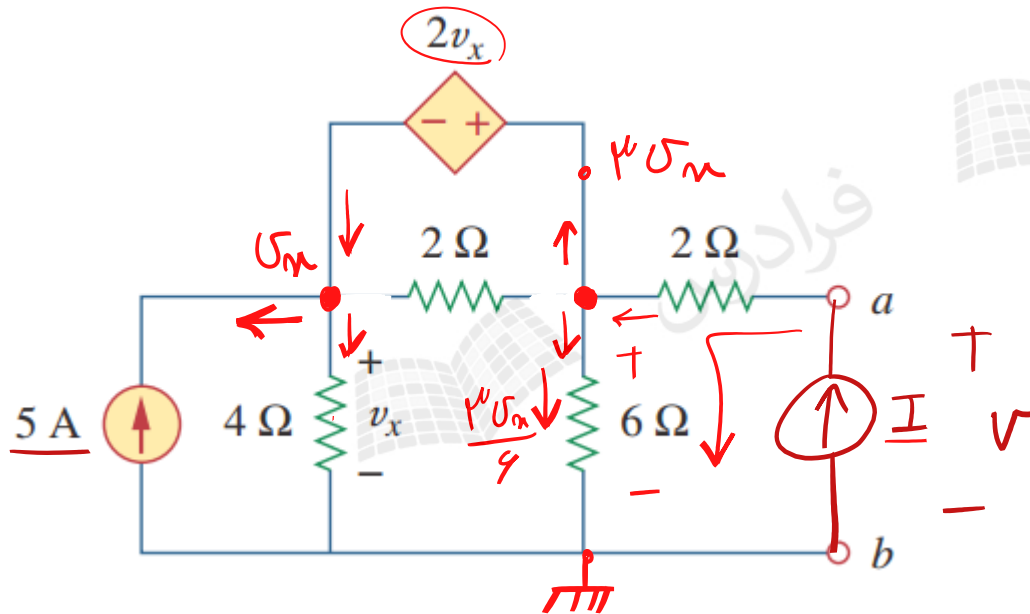
$$v = R_N (z + I_N)$$

$$z = \frac{1}{R_N} v - I_N$$

$$C_0 = \frac{1}{R_N} \Rightarrow \begin{cases} R_N = \frac{1}{C_0} \\ D_0 = -I_N \Rightarrow I_N = -D_0 \end{cases}$$

قضایای شبکه

مثال - مدار معادل تونن ترمینال ab را به روش سریع تعیین کنید.



$$V = 2I + 2v_x$$

$$I = \frac{2v_x}{6} + \frac{v_x}{4} + (-5)$$

$$I = \frac{2}{3} v_x - 5$$

$$I = \frac{2}{3} \left(\frac{V - 2I}{2} \right) - 5$$

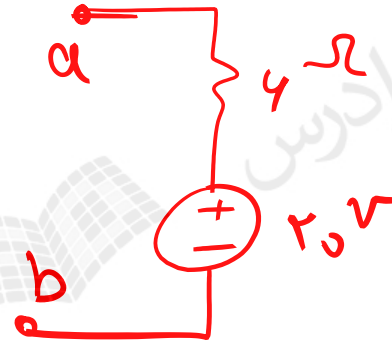
$$I = \frac{V - 2I}{3} - 5$$

$$3I = V - 2I - 15$$

قضایای شبکه

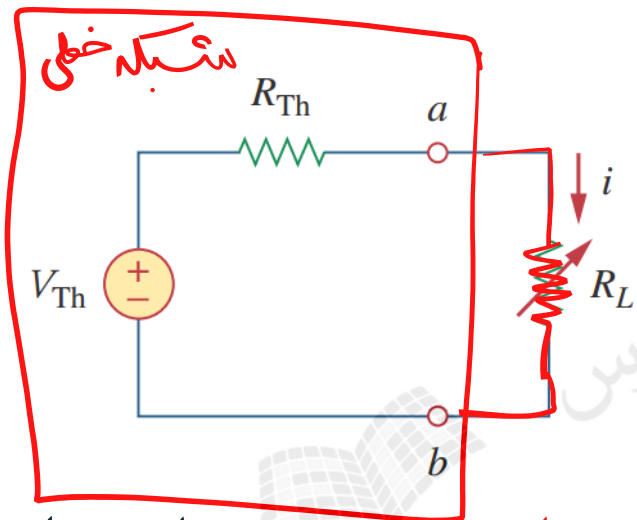
$$V = R_{Th} I + V_{Th}$$

$\swarrow$ $\searrow$
 R_{Th} V_{Th}



قضایای شبکه

خاصیت ۶ - قضیه انتقال توان حداکثر



- حداکثر توان زمانی به بار منتقل می شود که مقاومت بار و مقاومت تونن با هم برابر باشند.

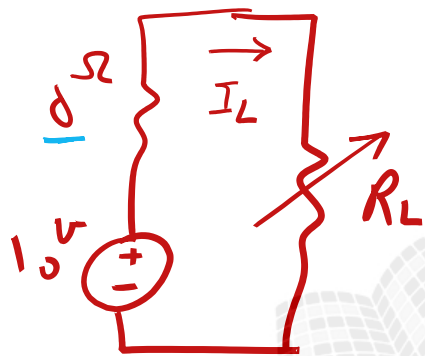
$$R_L = R_{Th}$$

قضایای شبکه

$$\underline{R_{Th} = 5\Omega}$$

$$V_{Th} = 10V$$

$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{10}{5 + R_L}$$



$$\text{if } \begin{cases} R_L = 1\Omega \rightarrow I_L = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} A \\ P_L = R_L I_L^2 = 1 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} = 2.78 W \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{if } R_L &= 5\Omega & I_L &= \frac{10}{5+5} = 1A \\ P_L &= R_L I_L^2 = 5 \times 1^2 = 5 W \\ \text{if } R_L &= 10\Omega & I_L &= \frac{10}{5+10} = \frac{2}{3} A \\ P_L &= R_L I_L^2 = 10 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{9} = 4.44 W \end{aligned}$$

قضایای شبکه

$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$\rightarrow P_L = R_L I_L^2 = R_L \times \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 = \left(\frac{V_{Th} R_L}{(R_L + R_{Th})^2} \right)$$

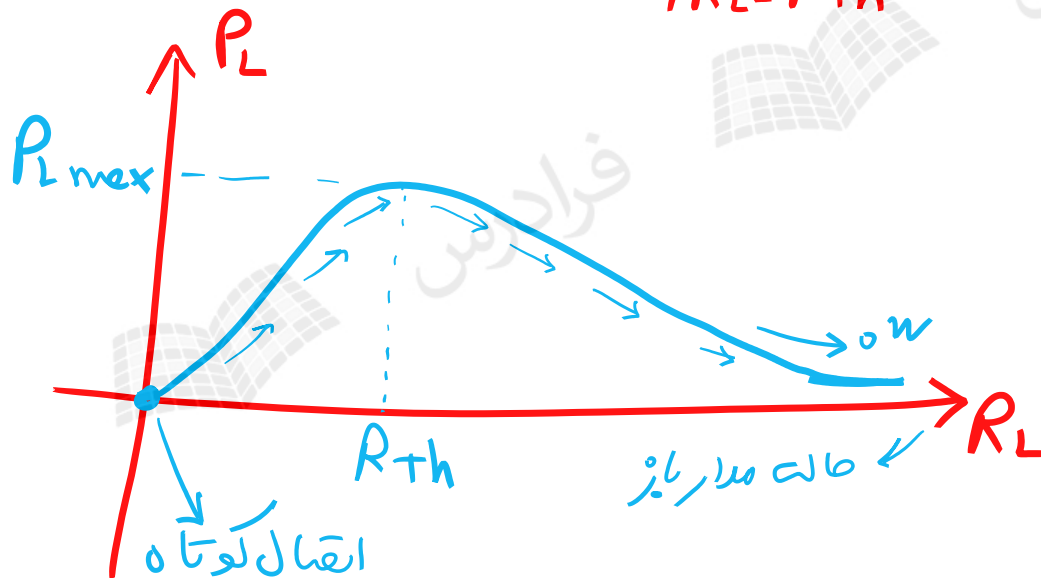
$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = V_{Th}^2 \left(\frac{(R_L + R_{Th})^2 - 2R_L(R_L + R_{Th})}{(R_L + R_{Th})^3} \right) = 0$$

$$(R_L + R_{Th})^2 - 2R_L(R_L + R_{Th}) = 0 \Rightarrow (R_L + R_{Th})(R_L + R_{Th} - 2R_L) = 0$$

$$(R_L + R_{Th})(R_{Th} - R_L) = 0 \Rightarrow R_L = R_{Th}$$

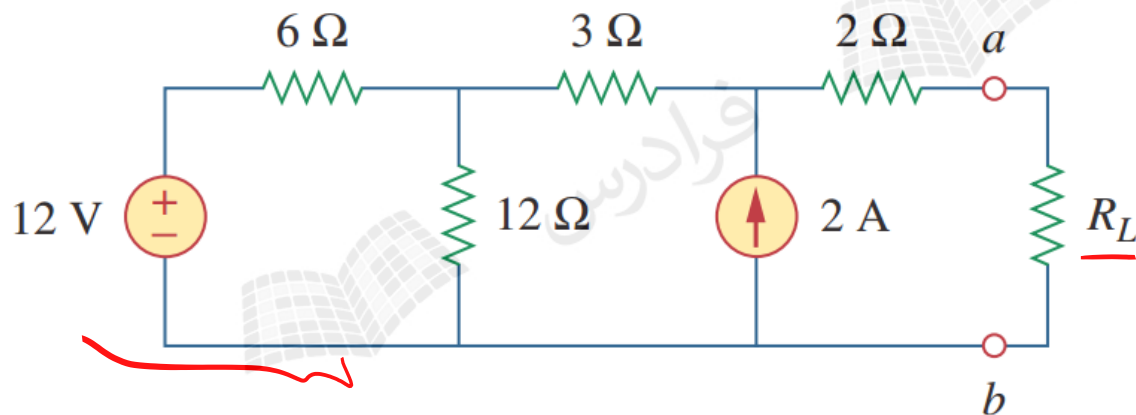
قضایای شبکه

$$P_{Lmax} = \frac{V_{Th}^2 R_L}{(R_L + R_{Th})^2} \bigg|_{R_L = R_{Th}} = \frac{V_{Th}^2}{4 R_{Th}}$$

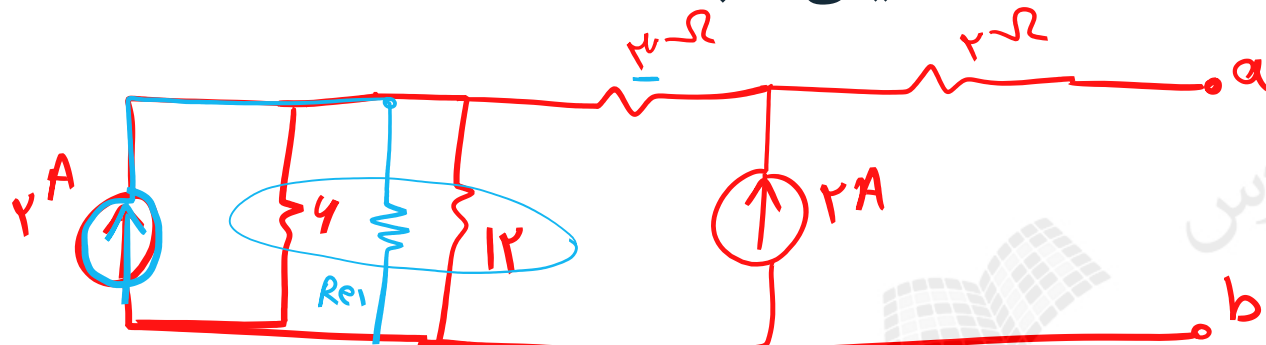


قضایای شبکه

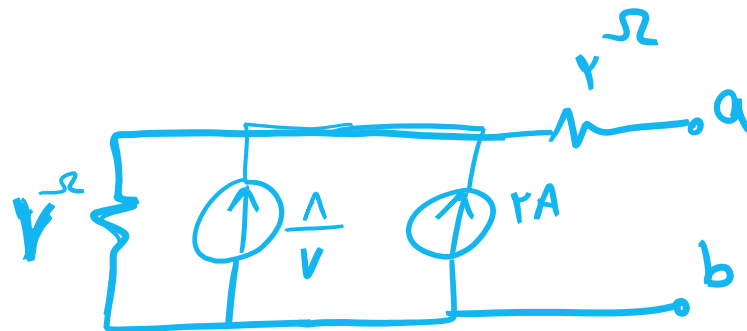
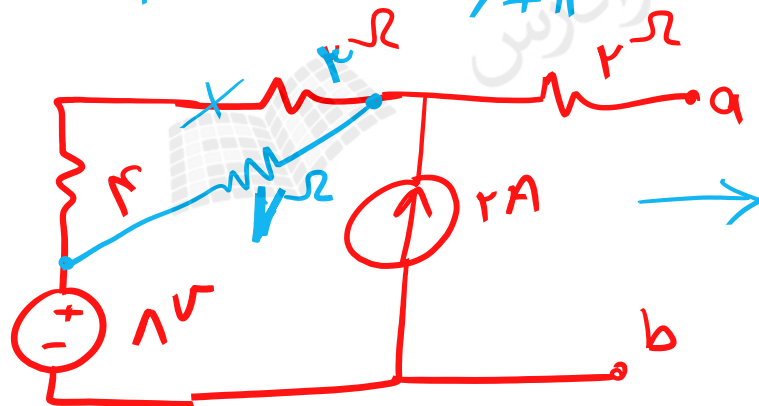
مثال - حداکثر توان قابل انتقال به بار را محاسبه کنید.



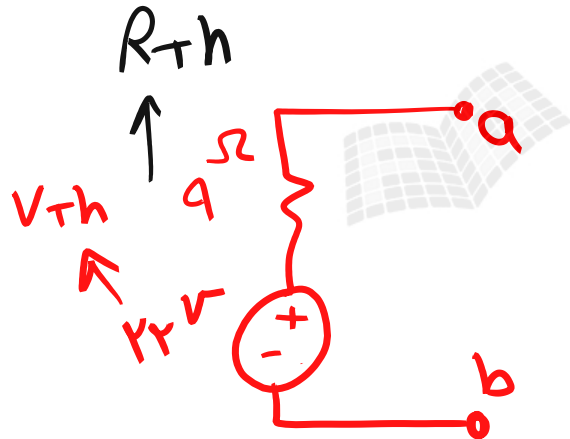
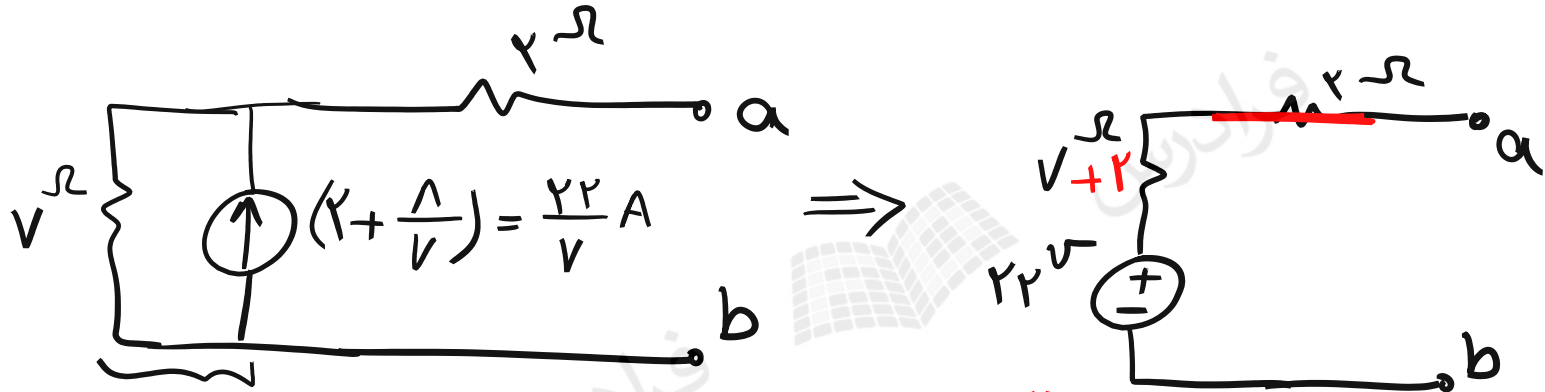
قضایای شبکه



$$R_{e1} = 4 \parallel 12 = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = \frac{12}{1} = 1\Omega$$



قضایای شبکه

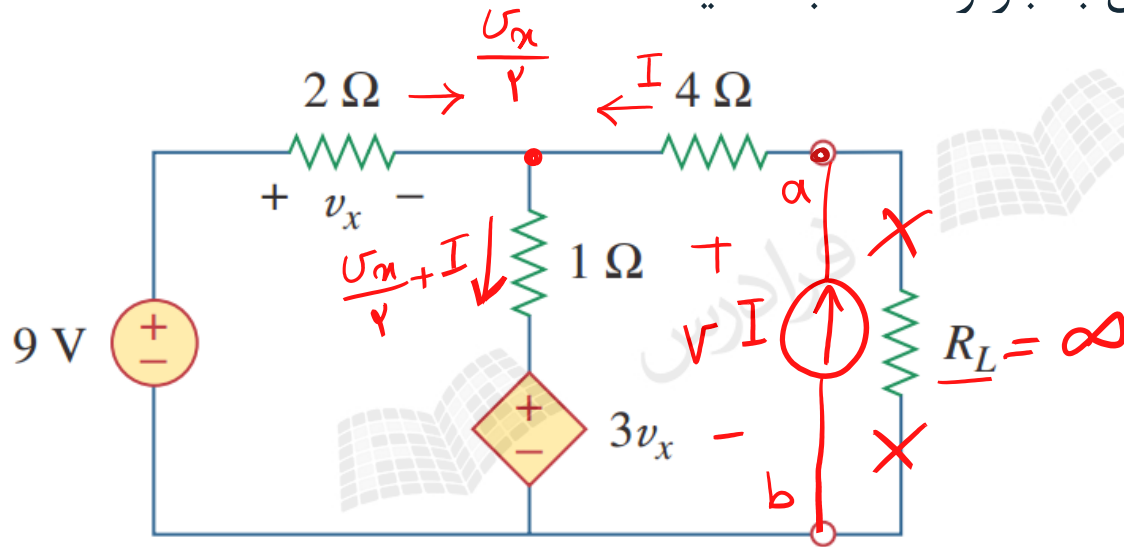


$$P_{Lmax} = \frac{V_{Th}^2}{\Sigma R_{Th}} = \frac{V_r^2}{9 \times 9} = \frac{\Sigma \Delta \Sigma}{36}$$

$$P_{Lmax} = 1 \mu, \Sigma \Sigma W$$

قضایای شبکه

مثال - حداکثر توان قابل انتقال به بار را محاسبه کنید.



$$V = \sum I + \frac{v_n}{2} + I + 3v_n$$

$$9 = v_n + \frac{v_n}{2} + I + 3v_n$$

$$\begin{cases} V = 5I + 3.5v_n \leftarrow \\ 9 = 4.5v_n + I \end{cases}$$

$$v_n = \frac{9 - I}{4.5}$$

قضایای شبکه

$$V = \omega I + r_1 \omega \times \frac{q - I}{r_1 \omega}$$

$$V = \omega I + \frac{V}{q} (q - I) = \omega I + V - \frac{V}{q} I$$

$$V = \frac{r_1}{q} I + V$$

R_{Th}

V_{Th}

$$P_{Lmax} \Big|_{R_L = \frac{r_1}{q} \Omega} = \frac{V^2}{r_1 \times \frac{r_1}{q}} = \frac{r_1 \times q}{r_1 \times r_1} = \frac{q}{r_1} W$$

این اسلایدها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس
«آموزش مدارهای الکتریکی ۱»
تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

faradars.org/fvee110