

فرادرس

فراتر از یک کلاس درس
www.faradars.org

آموزش مدارهای الکتریکی ۱

فصل ششم: خازن ها و سلف ها

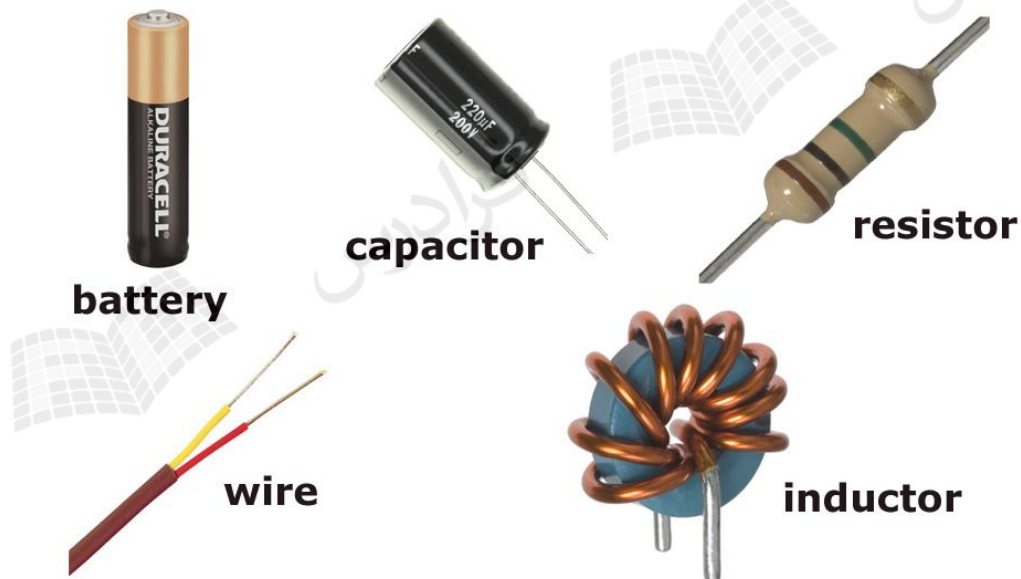
مدرس:

امید زندی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل

دانشگاه علم و صنعت ایران

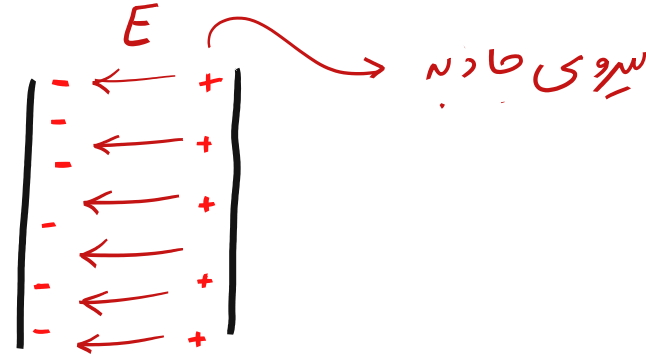
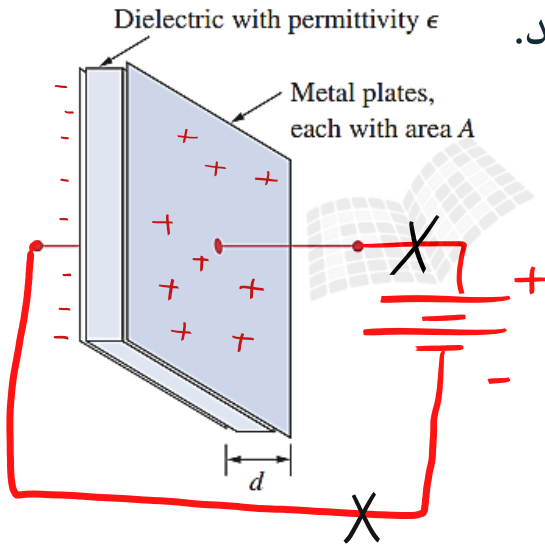
خازن ها و سلف ها



خازن‌ها و سلف‌ها

خازن‌ها (Capacitors)

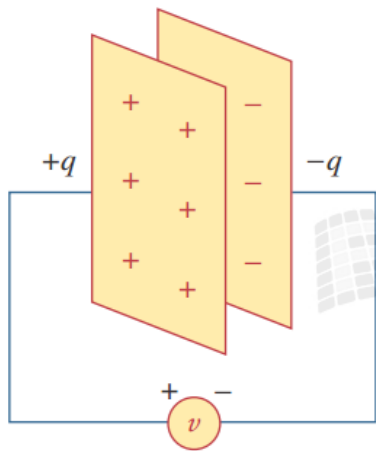
- بر خلاف مقاومت‌ها که انرژی را تلف می‌کنند، خازن‌ها توانایی ذخیره انرژی دارند.
- خازن‌ها انرژی را در داخل میدان الکتریکی ذخیره می‌کنند.



خازن‌ها و سلف‌ها

خازن‌ها (Capacitors)

- مقدار بار الکتریکی ذخیره شده در داخل خازن متناسب با ولتاژ اعمالی به خازن است.



$$q = Cv$$

ولتاژ خازن
بار خازن

قانون اهم

$$V = RI$$

خازن‌ها و سلف‌ها

خازن‌ها (Capacitors)

- توانایی خازن در ذخیره بار الکتریکی را ظرفیت خازن می‌گوییم و واحد آن فاراد است.

$$Q = CV$$

A : سطح مقطع

d : فاصله صفحات

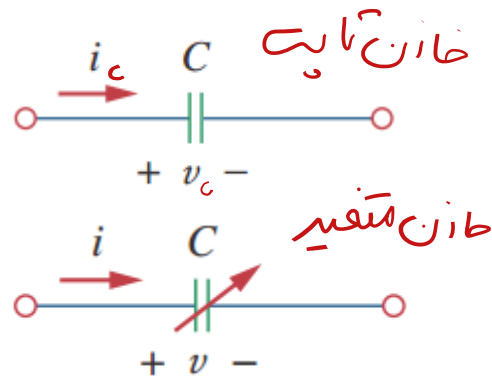
$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \rightarrow$ ضریب نفوذ پذیری الکتریکی مواد

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

خازن مسطح

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ coulomb/volt}$$

$$Q = CV \Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{C}{\text{Volt}}$$



خازن‌ها و سلف‌ها

$$q = C v$$

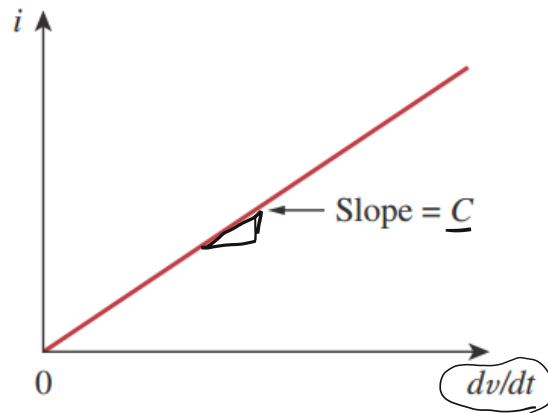
$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

خازن‌ها (Capacitors)

• رابطه ولتاژ - جریان

خازن خطی



$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + \underline{v(t_0)}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

خازن‌ها (Capacitors)

• توان

$$P = \sigma i = V_c I_c$$

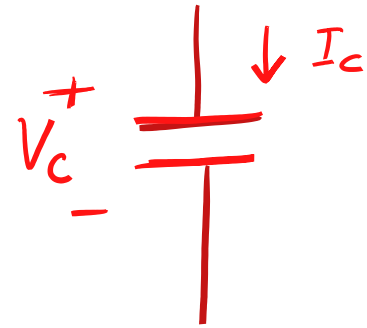
$$I_c = C \frac{dV_c}{dt}$$

$$P = C V_c \frac{dV_c}{dt}$$

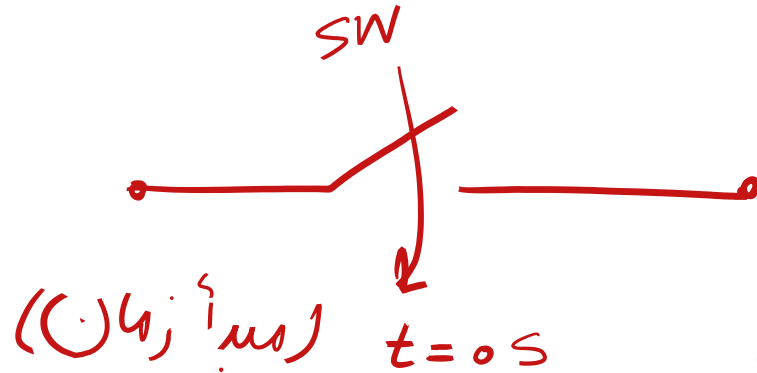
خازن
نیروی

$$W_c = \int_{-\infty}^t P dt = \int_{-\infty}^t \left(C V_c \frac{dV_c}{dt} \right) dt$$

$$W_c = \frac{1}{2} C V_c^2 \Big|_{-\infty}^t = \frac{1}{2} C V_c^2(t) - \frac{1}{2} C V_c^2(t = -\infty)$$



خازن‌ها و سلف‌ها



$t = 1s \rightarrow$ آنانی بعد از بسته شدن کلید

$t = -1s \rightarrow$ آنانی قبل از بسته شدن کلید

$$q = C V_c \Rightarrow V_c = \frac{q}{C}$$

$$W_c = \frac{1}{2} C V_c^2(t)$$

$$W_c = \frac{q^2(t)}{2C}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$\begin{cases} i_c = C \frac{dv_c}{dt} \leftarrow \\ v_c = \text{مقدار ثابت} \end{cases}$$

خازن‌ها (Capacitors)

- خازن در حالت جریان مستقیم به صورت مدار باز عمل می‌کند. $i_c = 0$

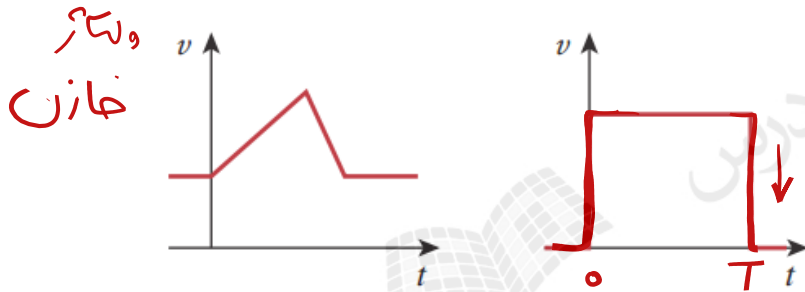
$$I = 0$$

DC

- ولتاژ خازن دارای پیوستگی زمانی است.

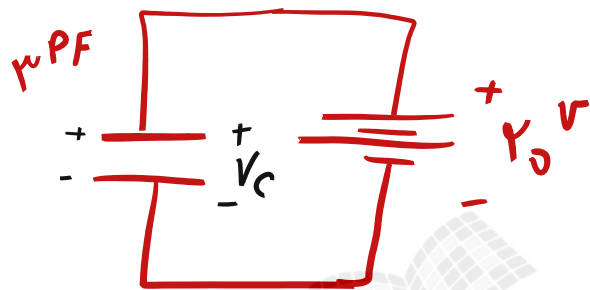
$$\left. \frac{dv_c}{dt} \right|_{t=0} = +\infty$$

- خازن ایده‌آل انرژی تلف نمی‌کند، بلکه در موقع شارژ انرژی ذخیره می‌کند و در موقع دشارژ انرژی تحویل مدار می‌دهد.



خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - اگر ولتاژ ۲۰ ولت به یک خازن با ظرفیت ۳ پیکوفاراد متصل گردد، بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه کنید.



$$V_c = 20 \text{ V}$$

$$Q_c = C V_c = 3 \text{ PF} \times 20 \text{ V} = 60 \text{ PC}$$

$$W_c = \frac{1}{2} C V_c^2 = \frac{1}{2} \times 3 \text{ PF} \times (20 \text{ V})^2$$

$$W_c = 600 \text{ pJ}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - اگر جریان یک خازن ۲ میکروفارادی به صورت زیر باشد با فرض ولتاژ اولیه صفر،

ولتاژ خازن و انرژی خازن را بر حسب زمان رسم کنید.

$$C = 2 \mu F, \quad t_0 = 0$$

$$i(t) = 6 e^{-3000t} \text{ mA}$$

$$V_C(t=0) = 0 \text{ V}$$

$$i(t) = C \frac{dV_C}{dt} \rightarrow V_C(t) = V_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

$$\begin{aligned} V_C(t) &= \cancel{V_C(0)} + \frac{10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} \int_0^t 4 e^{-3000t} dt = 2 \times 10^3 \int_0^t e^{-3000t} dt \\ &= 3000 \left(\frac{1}{-3000} e^{-3000t} \Big|_0^t \right) = -(e^{-3000t} - 1) = 1 - e^{-3000t} \end{aligned}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$V_c(t) = [1 - e^{-3000t}] V$$

$$i(t) = 4e^{-3000t} \text{ mA}$$

$$P_c(t) = V_c(t) i(t) = (1 - e^{-3000t}) (4 \times 10^{-3} e^{-3000t})$$

$$P_c(t) = 4 \times 10^{-3} (e^{-3000t} - e^{-6000t}) \text{ W}$$

$$W_c(t) = \int_0^t P_c(u) du = \int_0^t 4 \times 10^{-3} (e^{-3000u} - e^{-6000u}) du$$

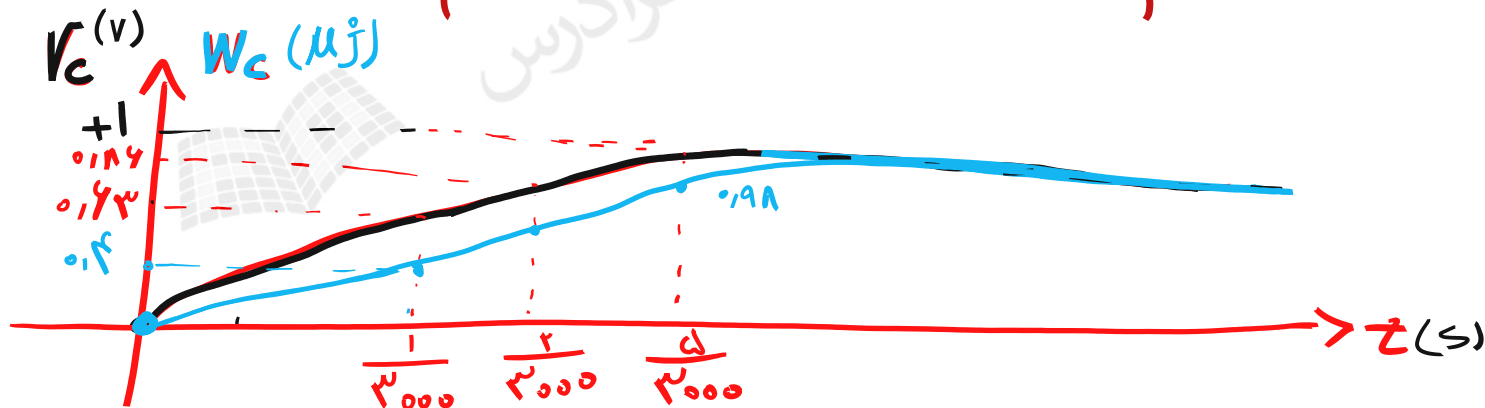
$$= 4 \times 10^{-3} \left\{ \frac{-1}{3000} e^{-3000u} + \frac{1}{6000} e^{-6000u} \right\} \Big|_0^t$$

$$= 4 \times 10^{-3} \left(\frac{1}{6000} e^{-6000t} - \frac{1}{3000} e^{-3000t} + \frac{1}{6000} \right)$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$W_C(t) = \frac{9 \times 10^{-4}}{4000} \left\{ e^{-4000t} - 2e^{-3000t} + 1 \right\} \text{ ج}$$

$$W_C(t) = \left\{ e^{-4000t} - 2e^{-3000t} + 1 \right\} \mu\text{ج}$$



خازن‌ها و سلف‌ها

$$t = \frac{1}{\tau_{000}} \text{ s} \Rightarrow v_c(t) = 1 - e^{-\tau_{000} \times \frac{1}{\tau_{000}}}$$

$$v_c(t) = 1 - e^{-1} = 0,43 \text{ V}$$

$$t = \frac{2}{\tau_{000}} \text{ s} \Rightarrow v_c(t) = 1 - e^{-2} = 0,14 \text{ V}$$

$$t = \frac{3}{\tau_{000}} \text{ s} \Rightarrow v_c(t) = 1 - e^{-3} =$$

$$t = \frac{1}{\tau_{000}} \text{ s} \Rightarrow w_c(t) = e^{-2} - 2e^{-1} + 1 = 0,18 \text{ } \mu\text{s}$$

$$t = \frac{2}{\tau_{000}} \text{ s} \Rightarrow w_c(t) = e^{-3} - 2e^{-2} + 1 = 0,17 \text{ } \mu\text{s}$$

$$t = \frac{3}{\tau_{000}} \text{ s} \Rightarrow w_c(t) = e^{-10} - 2e^{-5} + 1 = 0,91 \text{ } \mu\text{s}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

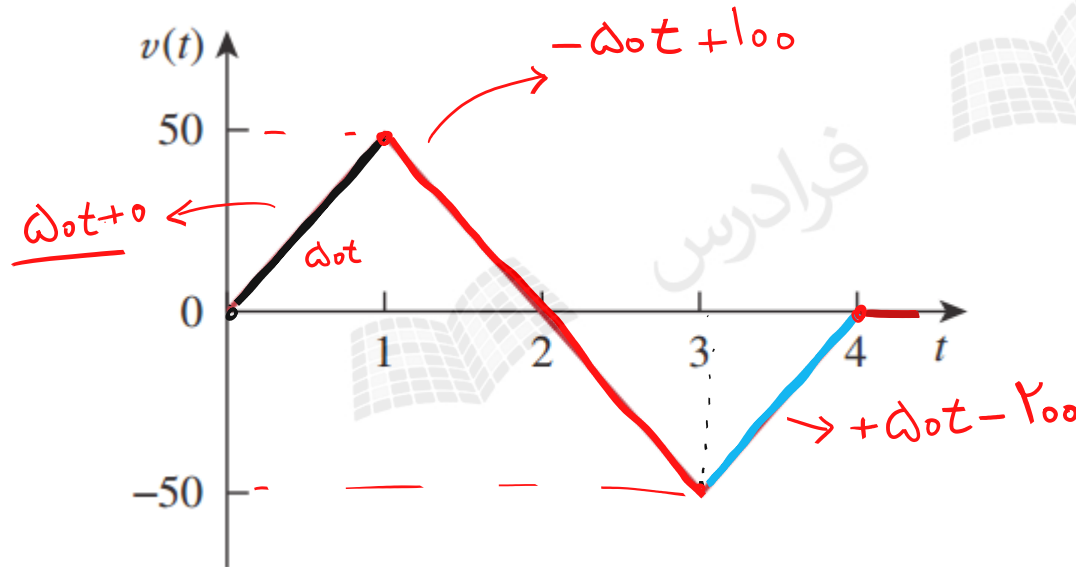
$$V_c = (1 - e^{-3000t})$$

$$\text{ezplot}('1 - e^{-3000t}', [0, \frac{10}{3000}])$$

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - شکل موج ولتاژ خازن ۲۰۰ میکروفاراد بصورت شکل زیر است. توان خازن بر

حسب زمان را رسم کنید.



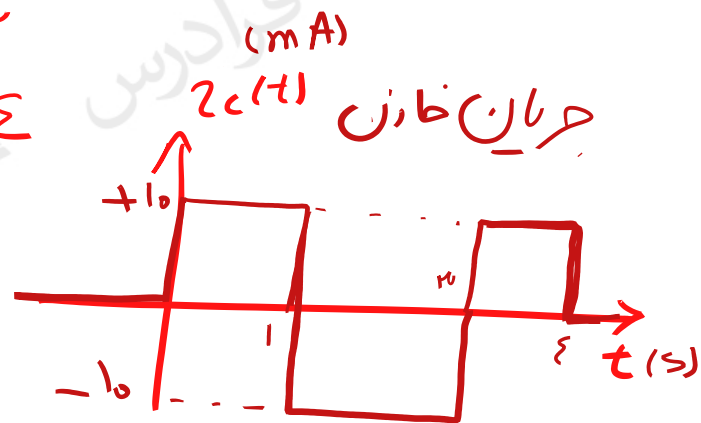
$$i_c(t) = C \left(\frac{dv_c(t)}{dt} \right)$$

$$m = \begin{cases} \frac{\omega_0}{1} = \omega_0 & 0 \leq t < 1 \\ -\frac{100}{2} = -\omega_0 & 1 \leq t < 3 \\ \frac{\omega_0}{1} = +\omega_0 & 3 \leq t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

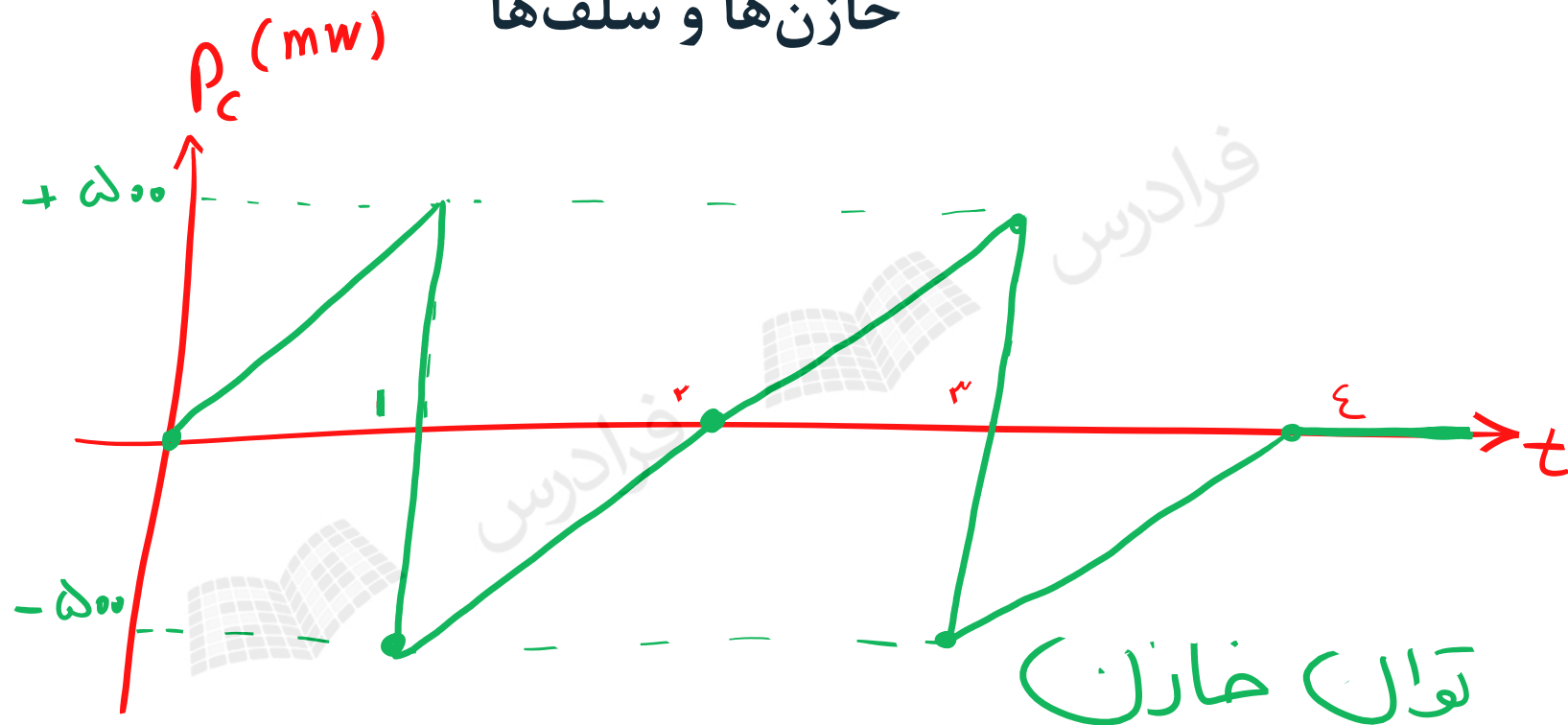
$$i_c(t) = \begin{cases} 0 \times 200 \times 10^{-6} & 0 < t < 1 \\ -0 \times 200 \times 10^{-6} & 1 < t < 2 \\ +0 \times 200 \times 10^{-6} & 2 < t < 3 \end{cases}$$

$$i_c(t) = \begin{cases} +10 & 0 < t < 1 \\ -10 & 1 < t < 2 \\ +10 & 2 < t < 3 \end{cases} \text{ (mA)}$$



$$P_c(t) = v_c(t) i_c(t) = \begin{cases} 000t & 0 < t < 1 \\ 000t - 1000 & 1 < t < 2 \\ 000t - 2000 & 2 < t < 3 \end{cases} \text{ (mW)}$$

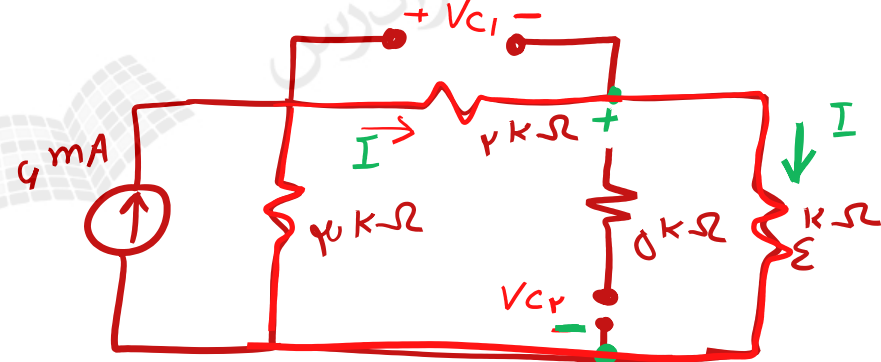
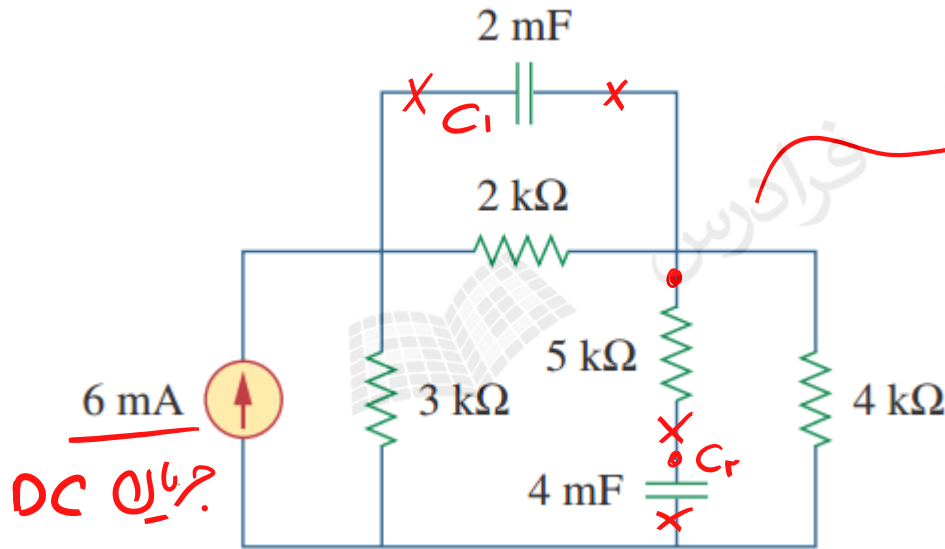
خازن‌ها و سلف‌ها



خازن‌ها و سلف‌ها

$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$

مثال - انرژی ذخیره شده در خازن‌های مدار زیر را محاسبه کنید.



$$I = \frac{3}{3+2+5} \times 6 \text{ mA} = 2 \text{ mA}$$

$$V_{C1} = 2 \text{ k}\Omega \times 2 \text{ mA} = 4 \text{ V}$$

$$V_{Cr} = 4 \text{ k}\Omega \times 2 \text{ mA} = 8 \text{ V}$$

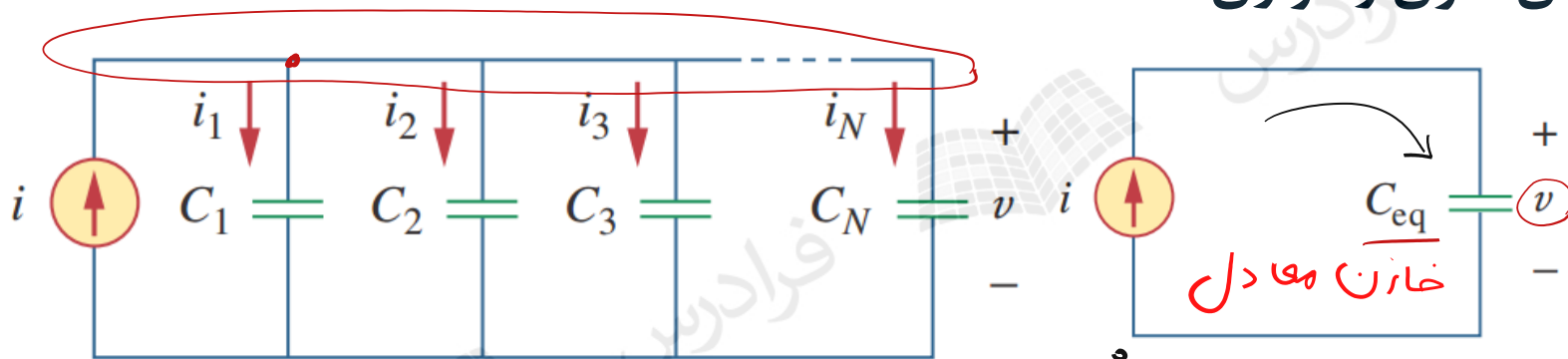
خازن‌ها و سلف‌ها

$$W_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 V_{C_1}^2 = \frac{1}{2} \times 2^{\text{mF}} \times (2^{\text{V}})^2 = 16 \text{ mJ}$$

$$W_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 V_{C_2}^2 = \frac{1}{2} \times 4^{\text{mF}} \times (1^{\text{V}})^2 = 128 \text{ mJ}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

خازن‌های سری و موازی



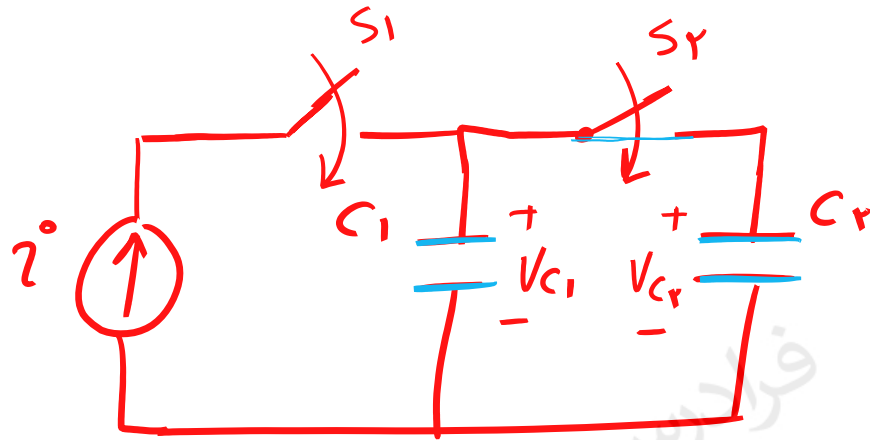
Kcl: $\dot{z} = \dot{z}_1 + \dot{z}_2 + \dots + \dot{z}_N$

$$C_{eq} \left(\frac{dv}{dt} \right) = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + \dots + C_N \left(\frac{dv}{dt} \right)$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

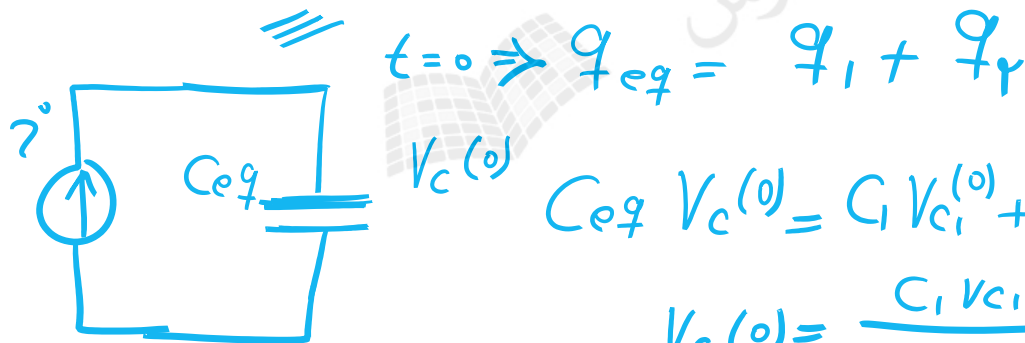
خازن‌ها و سلف‌ها

$V_{C_1}^{(0)}$ و $V_{C_2}^{(0)}$ و $V_{C_1}^{(0)}$



$$V_{C_1}(t) = V_{C_2}(t)$$

$$V_{C_1}(0) = V_{C_2}(0) !$$

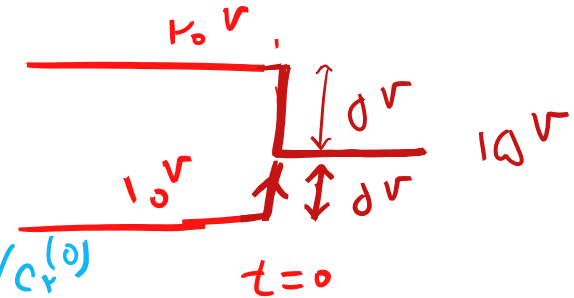


$$t=0 \Rightarrow q_{eq} = q_1 + q_2$$

$$V_c(0)$$

$$C_{eq} V_c(0) = C_1 V_{C_1}^{(0)} + C_2 V_{C_2}^{(0)}$$

$$V_c(0) = \frac{C_1 V_{C_1}^{(0)} + C_2 V_{C_2}^{(0)}}{C_1 + C_2}$$



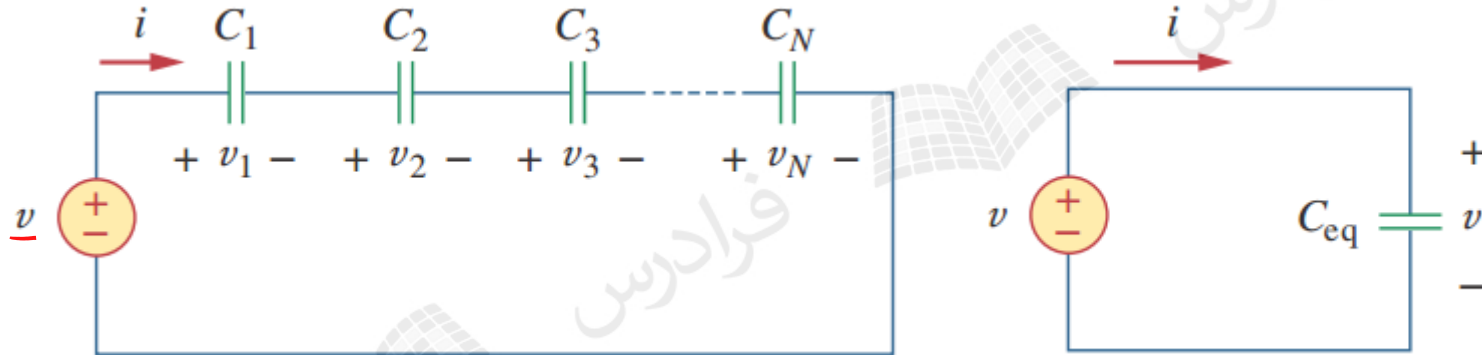
خازن‌ها و سلف‌ها

$$\begin{array}{l}
 i \neq \\
 i \neq
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{ll}
 C_1 = 1^F & V_{C_1}(0) = 10^V \\
 C_2 = 2^F & V_{C_2}(0) = 4^V \\
 V_C(0) = \frac{1 \times 10 + 2 \times 4}{1 + 2} = \frac{18}{3} = 6^V
 \end{array}
 \right.$$

خازن‌ها و سلف‌ها

سری

خازن‌های سری و موازی



KVL: $V = V_1 + V_2 + \dots + V_N$

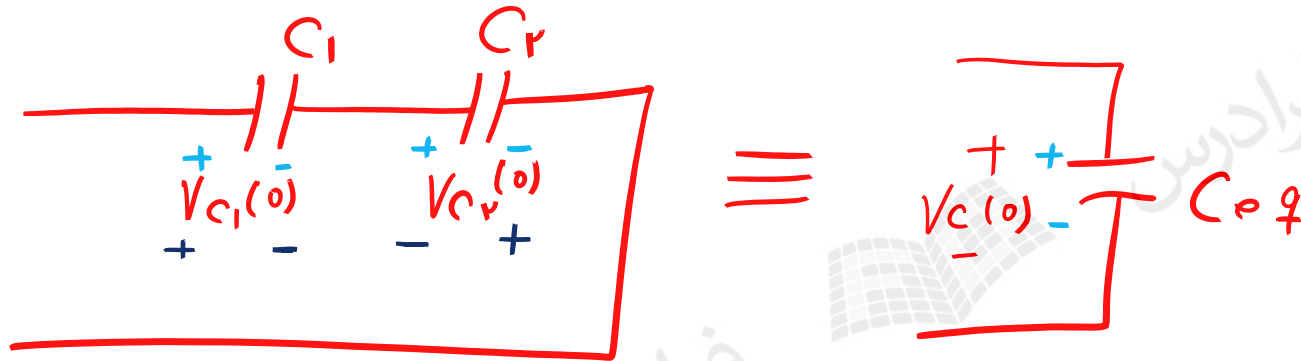
$$V_c(t) + \frac{1}{C_{eq}} \int i^o dt = \left(V_{c_1}^{(o)} + \frac{1}{C_1} \int i^o dt \right) + \left(V_{c_2}^{(o)} + \frac{1}{C_2} \int i^o dt \right) + \dots + \left(V_{c_N}^{(o)} + \frac{1}{C_N} \int i^o dt \right)$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$V_C^{(0)} + \frac{1}{C_{eq}} \int i dt = (V_{C_1}^{(0)} + V_{C_2}^{(0)} + \dots + V_{C_N}^{(0)}) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right) \int i dt$$

$$\begin{cases} \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \\ V_C^{(0)} = V_{C_1}^{(0)} + V_{C_2}^{(0)} + \dots + V_{C_N}^{(0)} \end{cases}$$

خازن‌ها و سلف‌ها



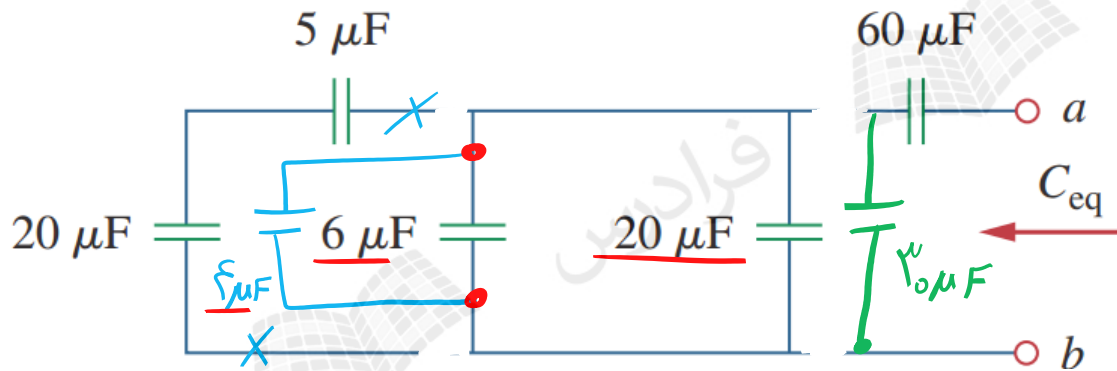
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_r} \Rightarrow \begin{cases} C_{eq} = \frac{C_1 C_r}{C_1 + C_r} \\ V_C(0) = +V_{C_1}(0) + V_{C_r}(0) \end{cases}$$

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt} = i_r = \frac{dq_r}{dt} \Rightarrow q_1 = q_r$$

* در خازن‌های سری بار الکتریکی مساوی است.

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - خازن معادل مدار زیر را بدست آورید.



$$C_{eq} = 40 \mu F \parallel 20 \mu F$$

$$C_{eq} = \frac{40 \times 20}{40 + 20} = \frac{1800}{90}$$

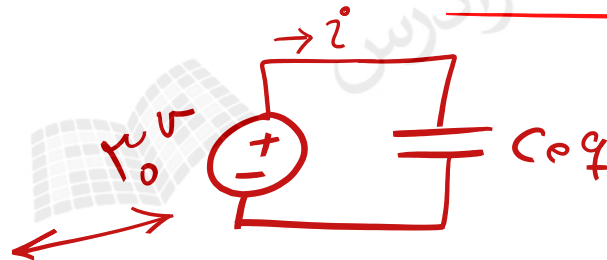
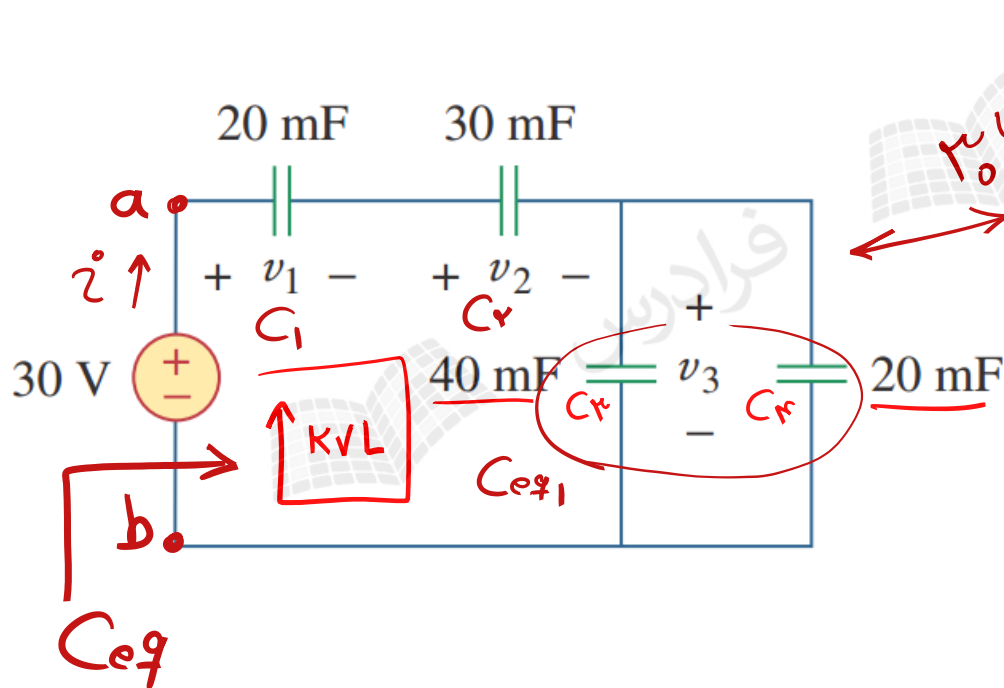
$$C_{eq} = 20 \mu F$$

$$C_{eq1} = \frac{20 \times 20}{20 + 20} = \frac{100}{20} = 5 \mu F$$

$$C_{eq2} = \sum C = 5 + 20 + 40 = 65 \mu F$$

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - ولتاژ خازن‌ها در مدار زیر را بدست آورید.



$$C_{eq1} = 30 + 20 = 50 \text{ mF}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{50} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{2 + 2 + 3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$C_{eq} = 10 \text{ mF}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$q_{eq} = C_{eq} V = 10^{-6} \times 20 = 200 \text{ nC}$$

$$q_1 = q_2 = q_{eq} = 200 \text{ nC}$$

$$q_1 = 200 \text{ nC} = C_1 V_1 = 20 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{200}{20} = 10 \text{ V}$$

$$q_2 = 200 \text{ nC} = C_2 V_2 = 20 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{200}{20} = 10 \text{ V}$$

$$\text{KVL} \quad 20 = V_1 + V_2 + V_3 = 10 + 10 + V_3$$

$$V_3 = 20 - 10 - 10 = 0 \text{ V}$$

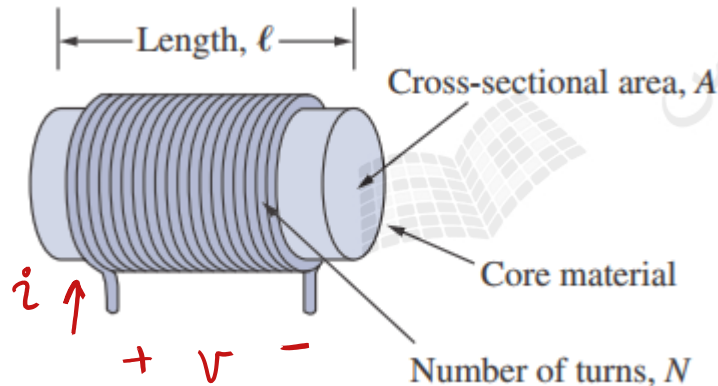
$$q_3 = C_3 V_3 = 20 \times 0 = 0 \text{ nC}, \quad q_4 = C_4 V_4 = 100 \text{ nC}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

سلف‌ها (Inductors)

• سلف‌ها توانایی ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی را دارند.

• ولتاژ القایی سلف متناسب با مشتق جریان است.



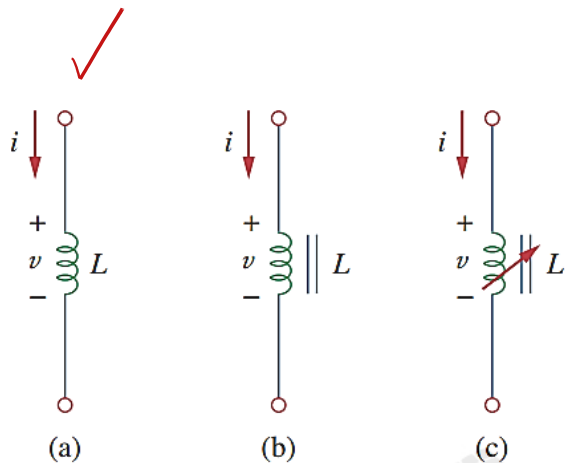
$$v = L \frac{di}{dt}$$

H (هانی)

$$L = \frac{N^2 \mu A}{\ell}$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

خازن‌ها و سلف‌ها



سلف‌ها (Inductors)



خازن‌ها و سلف‌ها

سلف‌ها (Inductors)

• روابط ولتاژ - جریان



+ v_L -

$$v_L = L \frac{d i_L}{dt} \Rightarrow \frac{d i_L}{dt} = \frac{1}{L} v_L$$

$$\Rightarrow \int_{t_0}^t d i_L = \int_{t_0}^t \frac{1}{L} v_L dt \Rightarrow i_L \Big|_{t_0}^t = \int_{t_0}^t \frac{1}{L} v_L^{(t)} dt$$

$$i_L(t) - i_L(t_0) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L^{(t)} dt \Rightarrow i_L^{(t)} = i_L^{(t_0)} + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L^{(t)} dt$$

← جریان اولیه سلف

خازن‌ها و سلف‌ها

سلف‌ها (Inductors)

• توان و انرژی

$$P_L = v_L i_L = \left(L \frac{d}{dt} i_L \right) (i_L)$$

$$= L i_L(t) \frac{d}{dt} i_L(t)$$

$$W_L(t) = \int_{-\infty}^t P_L(t) dt = \int_{-\infty}^t \left(L i_L \frac{d}{dt} i_L \right) dt$$

$$\left. \frac{1}{2} L i_L^2 \right|_{-\infty}^t = \frac{1}{2} L i_L^2(t) - \frac{1}{2} L i_L^2(-\infty)$$

~~سلف~~

$$W_L(t) = \frac{1}{2} L i_L^2(t)$$

خازن‌ها و سلف‌ها

سلف‌های خطی $\lambda = L i$ سارمناطیسی

ولتاژ القا فاراد $V_L = \frac{d\lambda}{dt} = L \frac{di}{dt}$

* سارمناطیسی نه بوجود می‌آید و نه از بسج می‌رود.

$$\begin{cases} \lambda = f(i, L) \\ V_L = \frac{d}{dt} \lambda = \frac{d}{dt} f(i, L) = \frac{\partial f}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial f}{\partial L} \frac{dL}{dt} \end{cases}$$

خازن ها و سلف ها

$$\rightarrow V_L = L \frac{di}{dt}$$

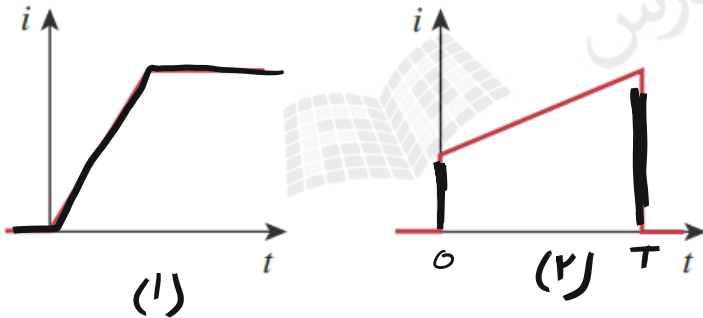
$$i = Cte \Rightarrow V_L = 0 \quad \forall t$$

سلف ها (Inductors)

- سلف ها در مدارات جریان مستقیم اتصال کوتاه می شوند.

DC

- جریان سلف ها دارای پیوستگی زمانی است یعنی جهش نمی تواند داشته باشد.



$$i_L(t^+) = i_L(t^-) \quad \forall t$$

صریح = صریح

$$V_C(t^+) = V_C(t^-) \quad \forall t$$

- سلف ها نیز مانند خازن ها انرژی تلف نمی کنند.

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - جریان یک سلف ۰/۱ هانری به صورت زیر است. ولتاژ و انرژی سلف را بدست آورید.

$$i(t) = (10t e^{-5t}) \text{ A} \quad L = 0.1 \text{ H}$$

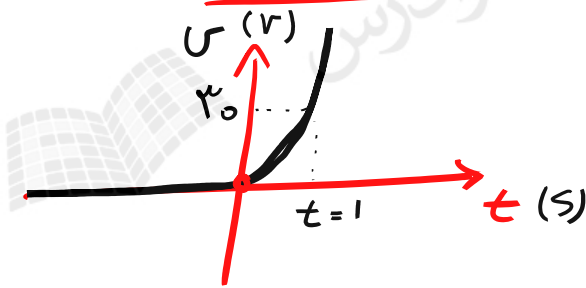
$$V_L = L \frac{d}{dt} i(t) = 0.1 \times 10 \times (1 \times e^{-5t} - 5t e^{-5t})$$

$$V_L = e^{-5t} - 5t e^{-5t} = (1 - 5t) e^{-5t} \text{ V}$$

$$W_L^{(W)} = \frac{1}{2} L i^2(t) = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (10t e^{-5t})^2 = 5t^2 e^{-10t} \text{ J}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - ولتاژ یک سلف ۵ هانری بصورت زیر است. جریان و انرژی سلف را بدست آورید.



$$\rightarrow v(t) = \begin{cases} 30t^2, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$i_L(0) = 0 \text{ A}$$

$$t_0 = 0 \Rightarrow$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt = \frac{1}{5} \int_0^t 30t^2 dt$$

$$i(t) = \frac{1}{5} \times 30 \times \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^t = 2t^3 \Big|_0^t = 2t^3 \text{ A} \quad t \geq 0$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$W_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t) = \frac{1}{2} \times \omega \times (2t^3)^2$$

$$W_L(t) = \frac{1}{2} \times \omega \times \Sigma \times t^6 = 10 t^6$$

$$t = 5^s \rightarrow$$

$$i(t=5) = 2t^3 / t=5 = 2 \times 5^3 = 250 \text{ A}$$

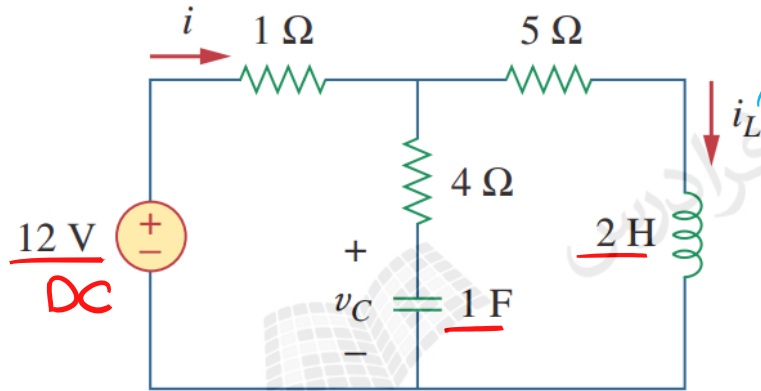
$$W_L(t=5) = 10 t^6 / t=5 = 10 \times 5^6 \text{ W}$$

$$W_L(t=5) = 156250 \text{ W} = 156,25 \times 10^3 \text{ W}$$

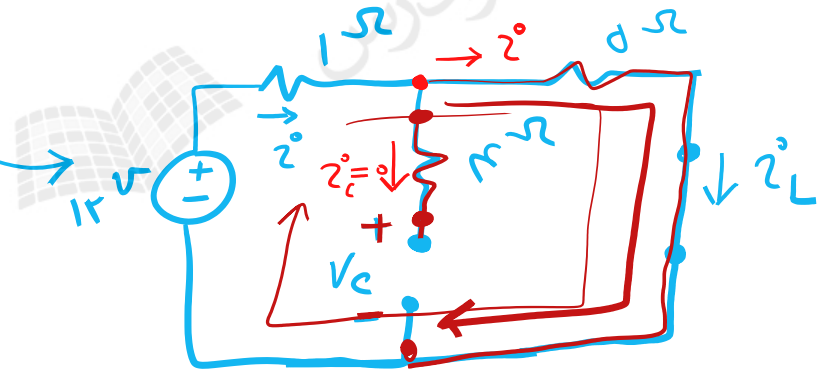
$$W_L(t=5) = 156,25 \text{ kW}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - انرژی ذخیره شده در خازن و سلف مدار زیر را تعیین کنید.



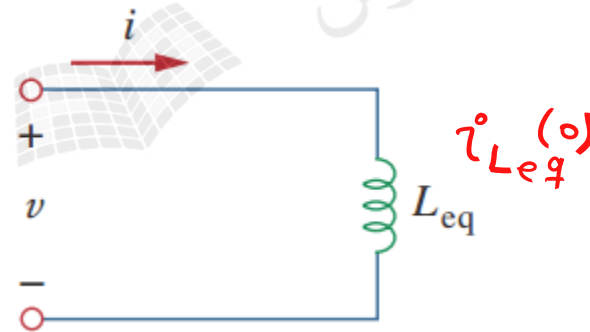
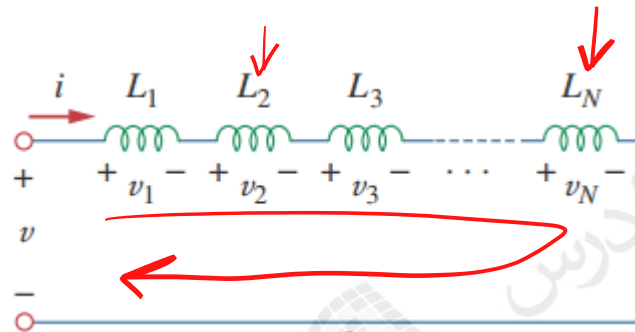
$$\begin{cases} W_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4 \text{ J} \\ W_C = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 = 50 \text{ J} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{KCL: } i_L &= i_L \\ \text{KVL: } 12 &= 1 \times i_L + 4 \times i_L = 5i_L \\ i_L &= \frac{12}{5} = 2.4 \text{ A} = i_L \\ v_C &= 4 \times i_L = 4 \times 2.4 = 9.6 \text{ V} \end{aligned}$$

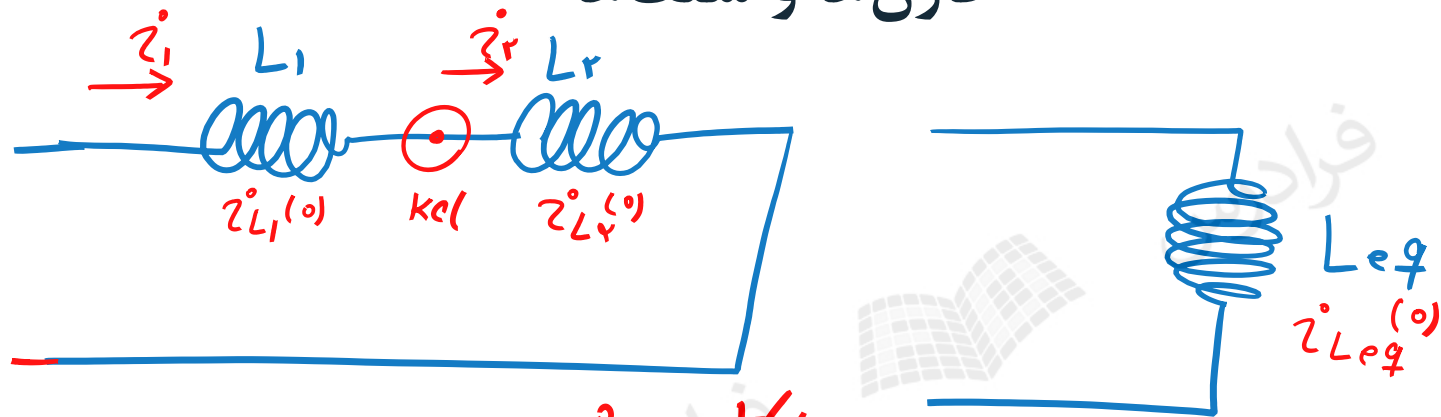
خازن‌ها و سلف‌ها

سلف‌های سری و موازی



$$\begin{aligned}
 L_{eq} \frac{di}{dt} &= v_1 + v_2 + \dots + v_N \\
 &= L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_N \frac{di}{dt} \\
 L_{eq} &= (L_1 + L_2 + \dots + L_N)
 \end{aligned}$$

خازن‌ها و سلف‌ها



$$KCL: \quad i_1 = i_r \quad \forall t$$

$$t=0 \Rightarrow \quad i_1(0) = i_r(0)$$

$\swarrow$ $z_{L_1}^o$ $\searrow$ $z_{L_r}^o$

مقاومت
سلف

$$L_{eq} \quad z_{L_{eq}}^o = L_1 \quad z_{L_1}^o + L_r \quad z_{L_r}^o$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$Z_{Leq}^{\circ}(s) = \frac{L_1 Z_{L1}^{\circ}(s) + L_2 Z_{L2}^{\circ}(s)}{L_1 + L_2}$$

$$\text{if } \begin{aligned} L_1 &= 1 \text{ H} & Z_{L1}^{\circ}(s) &= 1 \text{ A} \\ L_2 &= 2 \text{ H} & Z_{L2}^{\circ}(s) &= 2 \text{ A} \end{aligned}$$

$$Z_{Leq}^{\circ}(s) = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2}{1 + 2} = \frac{5}{3} \text{ A}$$

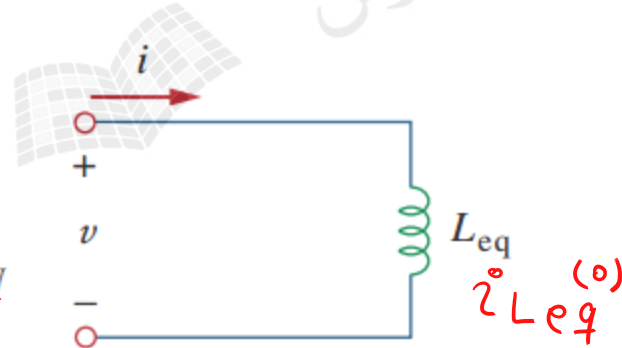
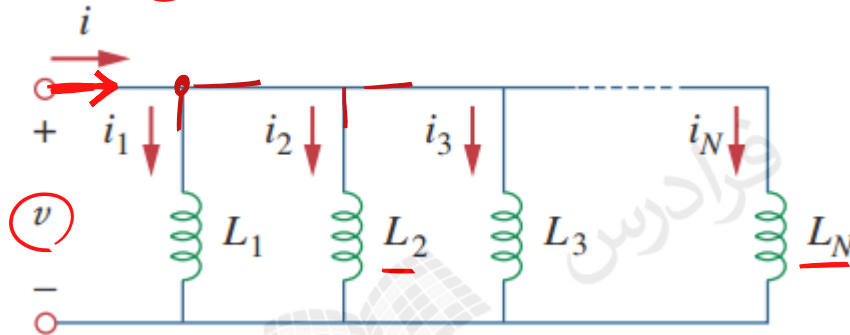
$$Z_{Leq}^{\circ}(s) = 1.67 \text{ A}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$Z^{\circ} = Z_1^{\circ} + \dots + Z_N^{\circ}$$

سلف‌های سری و موازی

N تا سلف موازی



$$V_1 = V_2 = \dots = V_N = v$$

$$Z^{\circ} = Z_{Leq}^{\circ(0)} + \frac{1}{L_{eq}} \int v dt = \left(Z_{L_1}^{\circ(0)} + \frac{1}{L_1} \int v dt \right) + \left(Z_{L_2}^{\circ(0)} + \frac{1}{L_2} \int v dt \right) + \dots + \left(Z_{L_N}^{\circ(0)} + \frac{1}{L_N} \int v dt \right)$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$i = i_{Leq}^{(0)} + \frac{1}{L_{eq}} \int v dt = (i_{L_1}^{(0)} + i_{L_2}^{(0)} + \dots + i_{L_N}^{(0)}) + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N} \right) \int v dt$$

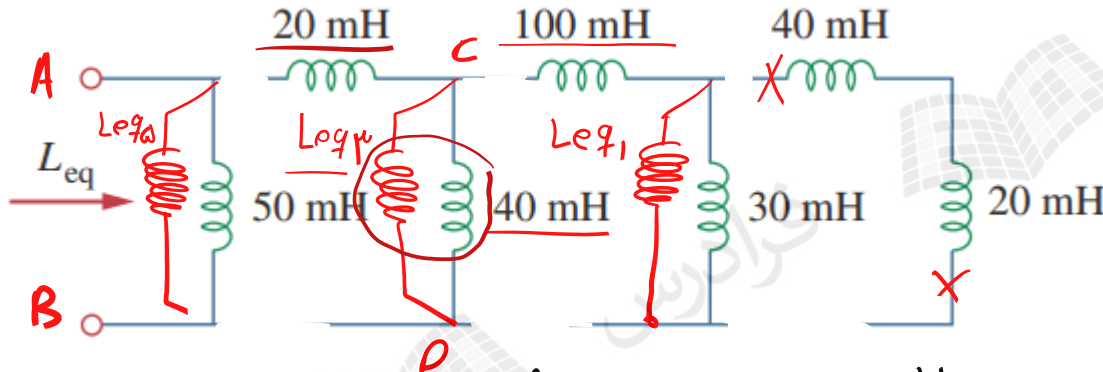
$$\begin{cases} i_{Leq}^{(0)} = \sum_{i=1}^N i_{L_i}^{(0)} \\ \frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i} \end{cases}$$

if $N=2$ 

$$\begin{cases} i_{Leq}^{(0)} = i_{L_1}^{(0)} + i_{L_2}^{(0)} \\ L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \end{cases}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

مثال - سلف معادل را بدست آورید.



$$L_{eq\omega} = 50 + L_{eq\epsilon} = 50 \text{ mH}$$

$$L_{eq} = (L_{eq\omega} \parallel 50) = (50 \parallel 50)$$

$$L_{eq} = 25 \text{ mH}$$

$$L_{eq1} = L_1 + L_2 = 90 \text{ mH}$$

$$L_{eq2} = L_{eq1} \parallel 20 \text{ mH}$$

$$= \frac{90 \times 20}{90 + 20} = 12 \text{ mH}$$

$$L_{eq3} = 100 \text{ mH} + 12 \text{ mH} = 112 \text{ mH}$$

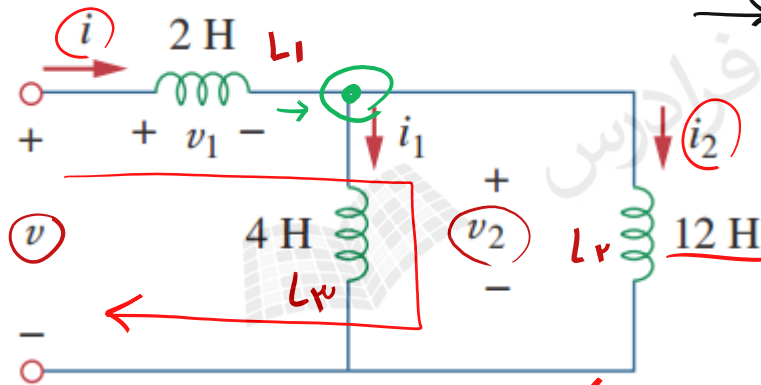
$$L_{eq4} = 112 \text{ mH} \parallel 30 \text{ mH}$$

$$L_{eq5} = \frac{112 \times 30}{112 + 30} = 25 \text{ mH}$$

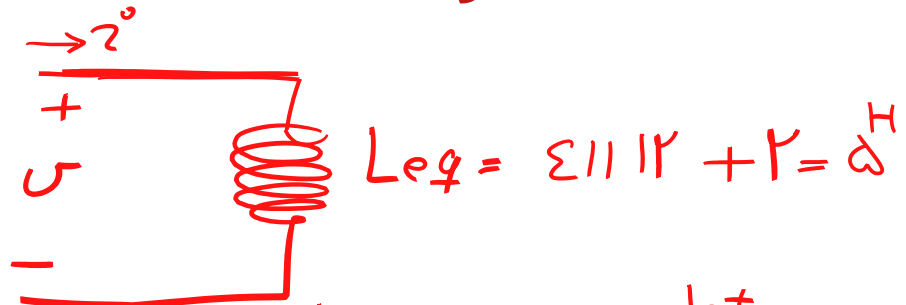
خازن‌ها و سلف‌ها

مثال- اگر $i(t) = 4(2 - e^{-10t}) \text{ mA}$ و $i_2(0) = -1 \text{ mA}$ باشد. جریان i_2 بر

حسب زمان را بدست آورید.



$$\rightarrow i_2(t) = i_2(0) + \frac{1}{L_2} \int v_2(t) dt$$



$$v(t) = L_{eq} \frac{di_2}{dt} = 16 \times (4 \times 10 e^{-10t}) = 640 e^{-10t} \text{ mV}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U_2 = U - U_1$$

$$U_1 = L_1 \frac{di}{dt} = 2 \times 5 \times 10 e^{-10t} = 100 e^{-10t} \text{ mV}$$

$$U_2 = (400 e^{-10t}) - (100 e^{-10t}) = 300 e^{-10t} \text{ mV}$$

$$i_2(t) = i_2(0) + \frac{1}{L_2} \int_0^t U_2(u) dt = -1 + \frac{1}{12} \int_0^t 300 e^{-10t} dt$$

$$i_2(t) = -1 + 10 \int_0^t e^{-10t} dt = -1 + 10 \left(\frac{-1}{10} e^{-10t} \right) \Big|_0^t$$

$$i_2(t) = -1 - 1 \times (e^{-10t} - 1) = -e^{-10t} \text{ mA}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

$$z^{\circ} = z_i^{\circ} + z_r^{\circ} \Rightarrow z_i^{\circ} = z^{\circ} - z_r^{\circ}$$

$$z_i = 4(2 - e^{-10t}) + (1 + e^{-10t}) = (8 - 3e^{-10t}) \text{ mA}$$

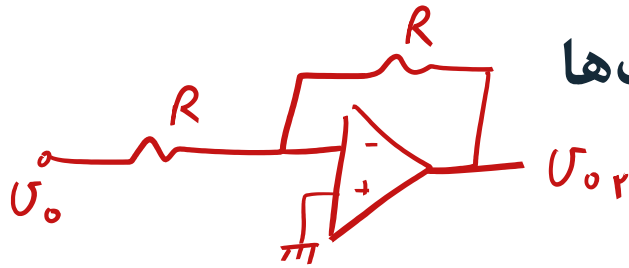
خازن ها و سلف ها

جمع بندی المان های پایه

Important characteristics of the basic elements.[†]

Relation	Resistor (R)	Capacitor (C)	Inductor (L)
$v-i$:	$v = iR$	$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0)$	$v = L \frac{di}{dt}$
$i-v$:	$i = v/R$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$
p or w :	$p = i^2 R = \frac{v^2}{R}$	$w = \frac{1}{2} C v^2$	$w = \frac{1}{2} L i^2$
Series:	$R_{eq} = R_1 + R_2$	$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	$L_{eq} = L_1 + L_2$
Parallel:	$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$C_{eq} = C_1 + C_2$	$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
At dc:	Same	Open circuit	Short circuit

خازن‌ها و سلف‌ها



کاربرد خازن‌ها

• انتگرال گیر

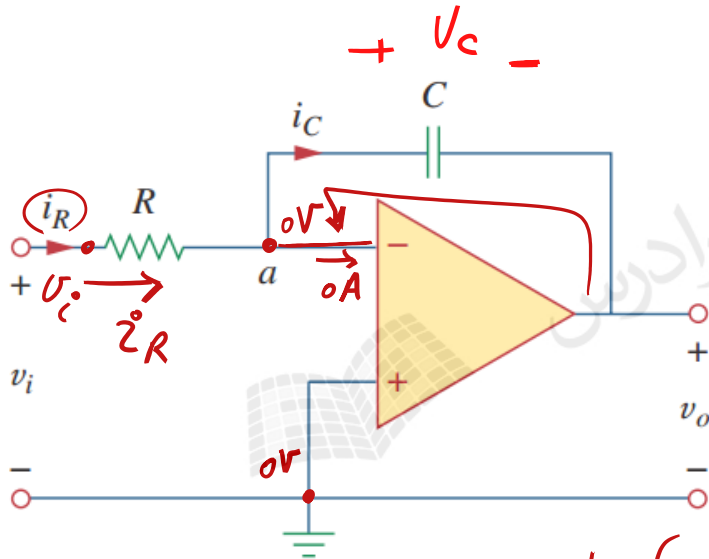
$$\rightarrow i_R = \frac{U_{i^o} - 0}{R} = \frac{U_{i^o}}{R}$$

$$i_C = i_R$$

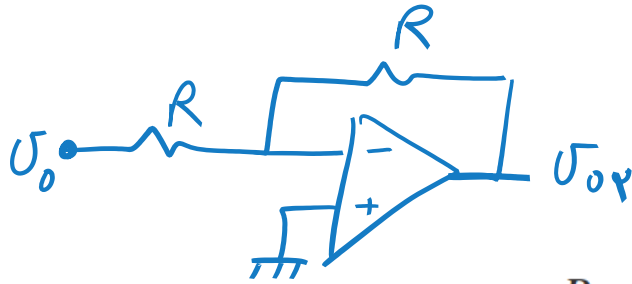
$$V_c(t) = V_c(0) + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int \frac{U_{i^o}}{R} dt = \frac{1}{RC} \int U_{i^o} dt$$

$$U_o = -V_c = -\frac{1}{RC} \int U_{i^o} dt \quad (RC=1) \Rightarrow U_o = -\int U_{i^o} dt$$

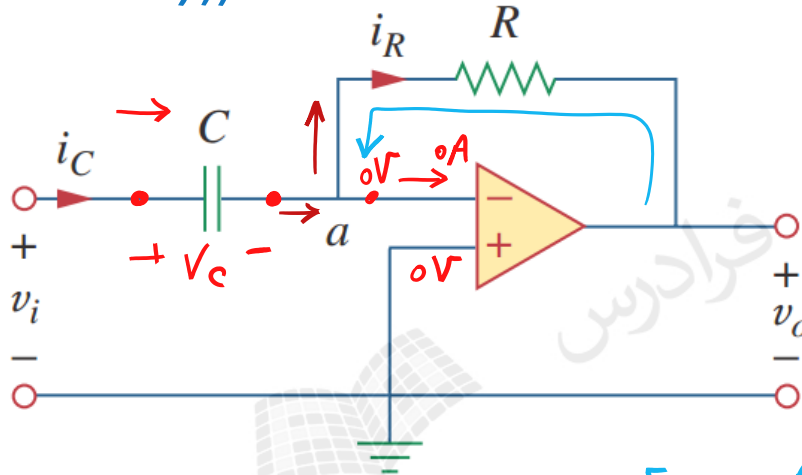


خازن ها و سلف ها



کاربرد خازن ها

• مشتق گیر



$$V_c = V_i - 0 = V_i$$

$$i_c = C \frac{dV_c}{dt} = C \frac{dV_i}{dt}$$

$$i_R = C \frac{dV_i}{dt}$$

$$V_o = -R i_R = -RC \frac{dV_i}{dt}$$

$$\text{if } RC=1 \Rightarrow$$

$$V_o = - \frac{dV_i}{dt} \Rightarrow$$

$$V_{o2} = + \frac{dV_i}{dt}$$

خازن‌ها و سلف‌ها

کاربرد خازن‌ها

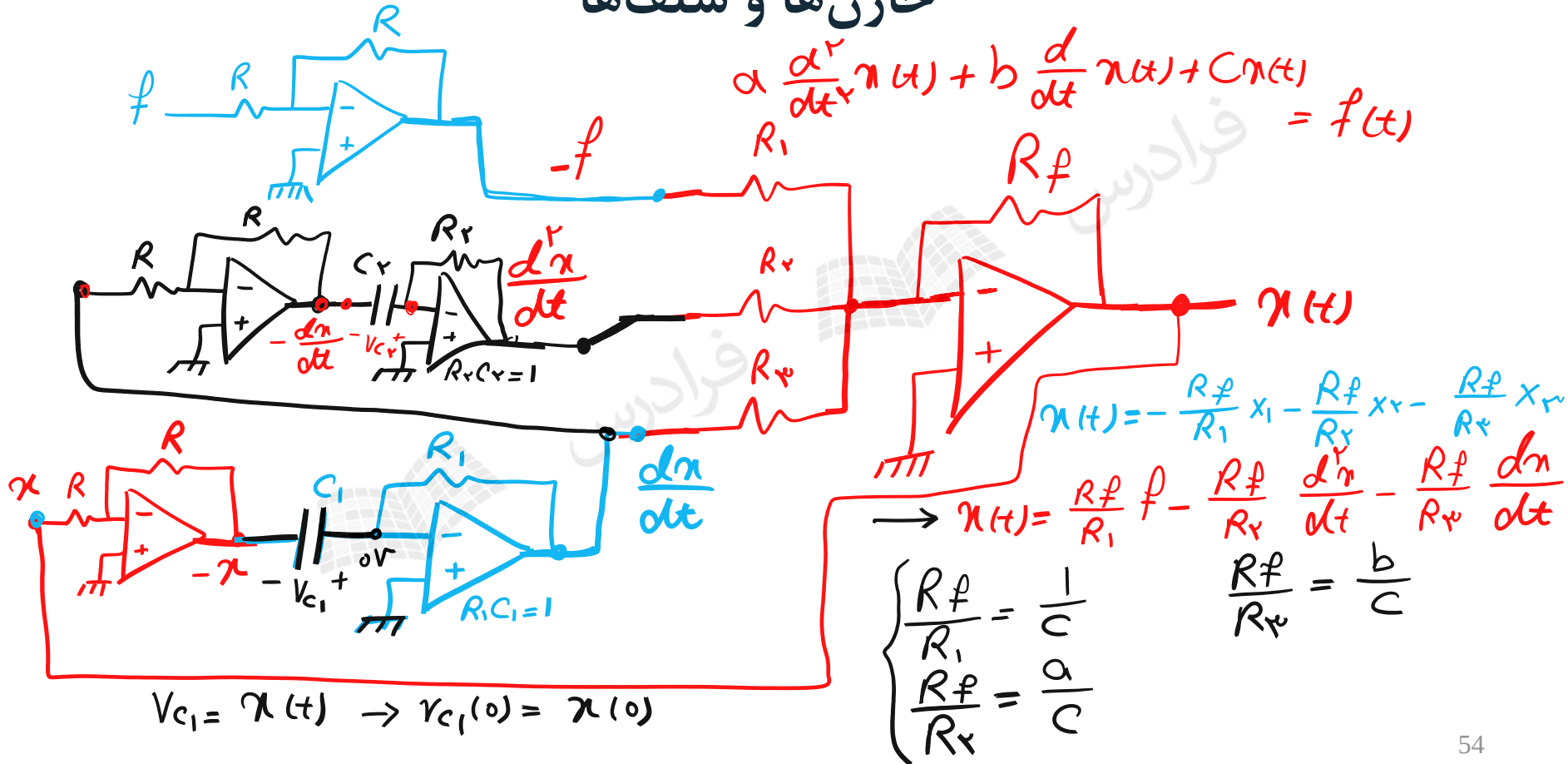
- کامپیوتر آنالوگ

$$\begin{cases} x(0), \quad \frac{d}{dt} x(0) = ? \\ a \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = f(t), \quad t > 0 \end{cases}$$

$$Cx = f(t) - a \frac{d^2 x}{dt^2} - b \frac{dx}{dt}$$

$$\left(x(t) = \frac{1}{C} f(t) - \frac{a}{C} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{b}{C} \frac{dx}{dt} \right)$$

خازن‌ها و سلف‌ها

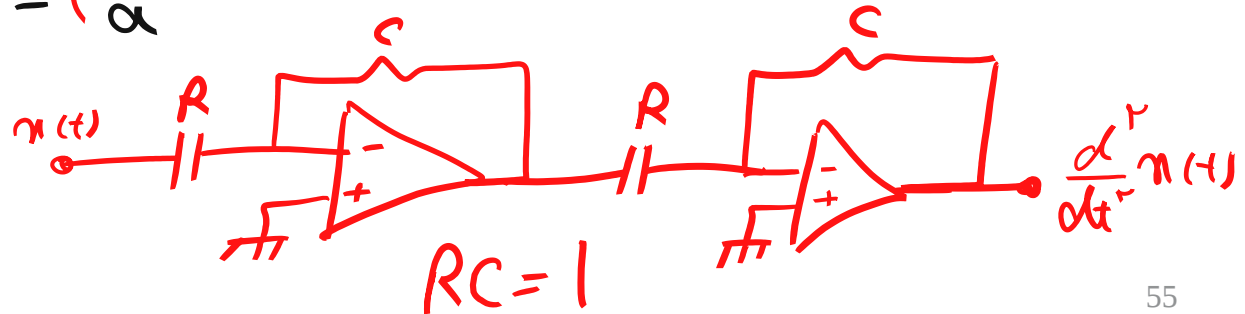


خازن‌ها و سلف‌ها

$$\begin{cases} V_{C_r} = 0 - \left(- \frac{d\eta}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \eta(t) \\ \frac{d}{dt} \eta(0) = V_{C_r}(0) \end{cases}$$

$$a \frac{d^r}{dt^r} \eta + \left(b \frac{d}{dt} \eta + c \eta \right) = f(t)$$

$$\left(\frac{d^r}{dt^r} \eta(t) \right) = \left(\frac{1}{a} f(t) - \frac{b}{a} \frac{d}{dt} \eta(t) - \frac{c}{a} \eta(t) \right)$$



این اسلایدها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس
«آموزش مدارهای الکتریکی ۱»
تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

faradars.org/fvee110